Experiencias Docentes

Errores frecuentes en el área de matemáticas, un análisis estadístico con alumnos de bachillerato

Frequent mistakes in the area of mathematics, a statistical analysis with high school students

Pablo Sánchez Madrigal

Revista de Investigación

Volumen X, Número 1, pp. 023–050, ISSN 2174-0410
Recepción: 31 Ago'19; Aceptación: 25 Mar'20

1 de abril de 2020

Resumen

En este artículo se hace un estudio estadístico de los errores matemáticos de los estudiantes de una Escuela de bachillerato en México, mediante una evaluación escrita elaborada y aplicada a una muestra de alumnos. Con la información recabada y con la ayuda de la estadística descriptiva, se detectaron aquellos errores típicos que con frecuencia cometen los estudiantes. Una vez realizado lo anterior, se implementaron estrategias para un mejor aprendizaje insistiendo en aquellos aspectos que generaron más dificultades, con el objetivo de superar los errores detectados. Consecuentemente, se aplicó una segunda evaluación escrita a la muestra de alumnos, para entonces aplicar la prueba estadística t de Student y relacionar los datos recabados. El objetivo fue comparar los resultados de aprendizaje del grupo de estudiantes antes y después de recibir el entrenamiento focalizado en los errores más frecuentes.

Palabras Clave: Análisis estadístico, errores frecuentes en matemáticas, estudiantes de bachillerato.

Abstract

This paper makes a statistical study of the mathematical errors of the students of a High School in Mexico, by means of a written evaluation elaborated and applied to a sample of students. With the information collected and with the help of descriptive statistics, those typical mistakes that students frequently make were detected. Once this was done, strategies for better learning were implemented, insisting on those aspects that generated the most difficulties, with the objective of overcoming the errors detected. Consequently, a second written evaluation was applied to the sample of students, to then apply the t of Student statistical test and match the data collected. The objective was to compare the learning results of the group of students before and after receiving the training focused on the most frequent errors.

Keywords: Statistical analysis, frequent mistakes in mathematics, high school students.

1 Introducción

El bajo desempeño académico en el área de matemáticas de estudiantes de nivel medio superior es un problema generalizado en México y otros países. La Escuela Preparatoria Oficial No. 19, localizada en el municipio de San Martín de las Pirámides, Estado de México, no es la excepción. Para el plantel educativo, las bajas calificaciones de sus estudiantes en las áreas de matemáticas ha sido una problemática constante a superar. Aproximadamente, un 59% de los estudiantes muestran dificultades en su aprendizaje. En la Figura 1 se observa el resultado de una evaluación realizada por la Institución, la cual muestra una eficiencia de 41% en habilidades matemáticas de alumnos correspondientes al tercer grado.

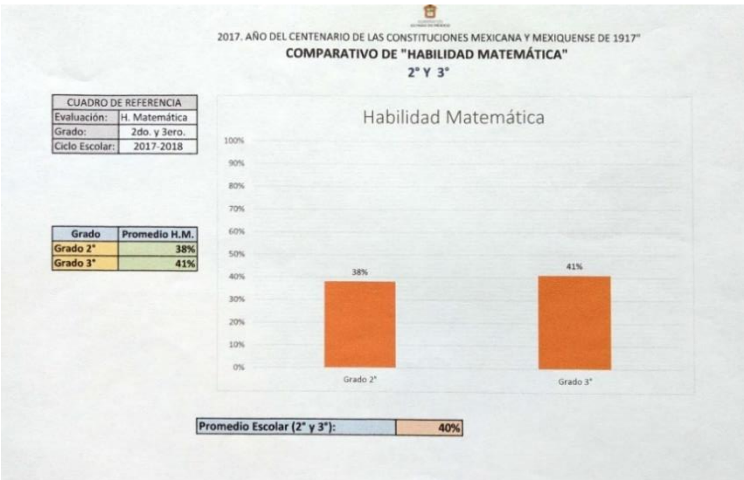


Figura 1. Comparativo de habilidad matemática 2º y 3º
(Fuente: Escuela Preparatoria No. 19, San Martín de las Pirámides)

En gran medida, el aprendizaje de las matemáticas se ha visto obstaculizado por la presencia de errores implementados en los alumnos. El objetivo de este trabajo es identificar aquellos errores que son frecuentes en los estudiantes, aplicar técnicas de corrección (superación y/o eliminación) y evaluar la eficiencia de dichas técnicas. Se enfoca en los estudiantes que cursan el 5º y 6º semestre (último año de estudio y edades de 17 a 18 años) y que ya han cursado las materias correspondientes del 1º al 4º semestre (pensamiento numérico y algebraico, pensamiento algebraico, razonamiento complejo, trigonometría, geometría analítica), durante el ciclo escolar 2017-2018. Una vez identificados, se pretende apoyar a la toma de decisiones en la planificación docente y eventualmente, organizar estrategias para un mejor aprendizaje insistiendo en aquellos aspectos que generan más dificultades, para contribuir a una mejor preparación de instancias de corrección.

Los errores son parte del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, pero pueden emplearse como instrumento de motivación y como punto de partida para exploraciones matemáticas de los alumnos, lo que implicaría desarrollar actividades enfocadas a superar tales dificultades. Además, pueden proporcionar una comprensión más completa y profunda del contenido matemático. Con el análisis estadístico será posible revelar los errores sistemáticos que pueden estar cometiendo los alumnos y que les impiden obtener un conocimiento adecuado de las matemáticas, lo que podría proporcionar elementos clave en las estrategias de enseñanza-aprendizaje.

2 Marco teórico

2.1 Escuela Preparatoria No. 19

Su fundación, data del 20 de octubre de 1986, como una escuela particular incorporada al Estado; tenía un grupo único de 40 estudiantes que pagaban colegiatura. La Institución ha ido creciendo tanto en infraestructura como en matrícula. En la actualidad cuenta con 7 grupos de cada grado en el turno matutino y 6 grupos de cada grado en el turno vespertino. La matrícula de alumnos es de 1045 en el turno matutino y 810 en turno vespertino.

La Escuela Preparatoria cuenta con infraestructura consistente en laboratorios de cómputo, laboratorios multidisciplinarios (física, química y biología), y de idiomas. Además de teatro, auditorio, sala audiovisual, biblioteca, canchas deportivas, cafetería, papelería y café internet. Se imparten diferentes asignaturas del área de matemáticas, como pensamiento numérico y algebraico, razonamiento complejo, trigonometría, geometría analítica y cálculo diferencial e integral.

2.2 Errores frecuentes en matemáticas

La educación matemática tiene el importante desafío de explicar en términos abstractos diversos fenómenos tanto naturales como sociales. El lenguaje abstracto y riguroso que caracteriza la enseñanza de esta materia en la mayoría de los centros educativos de nivel bachillerato en nuestro país, aunado a la prioridad procedimental, falta de ejemplos reales, para la percepción del estudiante, dificultan la comprensión, el interés y el sentido que tiene la matemática. Sin duda alguna, para la mayoría de los estudiantes de todos los niveles educativos, las matemáticas es una de las asignaturas que mayor problema les presenta para su aprendizaje [5].

Los errores aparecen en los trabajos de los alumnos, sobre todo al enfrentarse a conocimientos nuevos. El nuevo conocimiento es apoyado por los conocimientos anteriores, pero muchas veces resultan ser un obstáculo en la formación del mismo. El conocimiento nuevo no se complementa al antiguo, sino que lucha contra él y provoca cambios en su estructura. Los alumnos con dificultades pueden memorizar los procedimientos sin entenderlos, cometiendo, como resultado, errores consistentes en los procedimientos, obteniendo un conocimiento incompleto. Los errores cometidos por los alumnos en matemática son una manifestación de esas dificultades y obstáculos propios del aprendizaje, que se manifiestan en la práctica en forma de respuestas equivocadas, las cuales suelen interpretarse como señal de carencia en el aprendizaje, e incluso como un fracaso en la consecución de los objetivos planteados; resultando necesaria la detección y análisis de los errores, y su utilización positiva en el mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas en los alumnos de la Institución [8].

Se habla de error cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar [5]. Es precisamente la regularidad con que aparecen ciertos errores lo que permite establecer una investigación que informe, cuáles son y de qué tipo. Es importante indicar que los errores no aparecen por azar, sino que surgen en un marco conceptual consistente, basado sobre conocimientos adquiridos previamente, además de que todo proceso de instrucción es potencialmente generador de errores, debido a diferentes causas, algunas de los cuales se presentan inevitablemente [10].

El estudio de errores en el aprendizaje ha sido una cuestión de interés constante. En el siglo XVIII, Roland Charnay (1789) investigador francés con gran influencia en la didáctica de las matemáticas afirmaba que:

> *"considerar al error no como una falta o una insuficiencia sino como una parte coherente de un proceso, ayuda al alumno a tomar conciencia de que puede aprender de sus errores y a nosotros mismos, los docentes, a aprender mucho de los errores de nuestros alumnos"* [3].

En las primeras décadas del siglo XX, los trabajos de investigación giraban en torno al análisis de errores cometidos en Aritmética por alumnos de los primeros años escolares. Una excepción, según Cury (1994), [2] fue la investigación llevada a cabo por Smith – en Estados Unidos –trabajando con alumnos de la high school, sobre errores en demostraciones de Geometría Plana.

Se considera a Weiner (1922), en Alemania, el fundador de la investigación didáctica orientada al estudio de errores. Diversos estudios posteriores, realizados en Alemania, la Unión Soviética, Estados Unidos y España, con anterioridad a 1960, consistieron fundamentalmente en recuentos del número de soluciones incorrectas y en el análisis de los tipos de errores detectados, para poder clasificarlos y de esta manera intentar examinar cómo surgen, y hacer inferencias sobre qué factores podrían haberlos provocado [10].

Radatz (1980), [9] afirma que hay una pluralidad de aproximaciones teóricas y de intentos de explicación acerca de las causas de los errores de los estudiantes en el proceso de aprendizaje de la matemática. Señaló varias razones por las que el estudio de errores y la necesidad de un marco teórico de explicación, son importantes. Entre ellas, las reformas sucesivas del currículo de matemática, que originan nuevos errores debido a los contenidos específicos. La individualización y la diferenciación en la instrucción matemática, requiere de una gran destreza en el diagnóstico de dificultades específicas. Los profesores necesitan modelos de actuación para diagnosticar y corregir aprendizajes erróneos. Radatz hace una revisión de gran parte de las investigaciones realizadas sobre errores, tanto en Estados Unidos como en Europa, hasta finales de los años 70, encontrando que:

•La Aritmética constituye el área de contenidos dominante en la mayor parte de los estudios sobre errores.

•Los desarrollos teóricos en análisis de errores muestran cierta continuidad en Estados Unidos, mientras que en los países europeos las producciones han sido esporádicas y carecen de continuidad en el tiempo hasta fechas muy recientes.

•Existe una pluralidad de aproximaciones teóricas e intentos de explicación de las causas de los errores.

Un abordaje más amplio sobre las posibilidades de la utilización del análisis de errores en los procesos de enseñanza y aprendizaje ha sido presentado por la investigadora italiana Raffaella Borasi. En sus trabajos, según Cury (1994), se incluyen las ideas de Kuhn, Lakatos.

Piaget y Vergnaud, y la autora propone nuevos rumbos para el análisis de errores. Además del papel tradicional del análisis de errores, en el sentido de identificar y clasificar los errores cometidos por los alumnos y proponer estrategias para eliminarlos, Borasi plantea otras posibilidades: usar los errores como instrumentos para explorar el funcionamiento de la mente, aprovechar los errores como elementos fundamentales para el desarrollo de una disciplina [2].

Indudablemente, la presencia de las matemáticas la observamos en todos los productos culturales de la vida moderna, y es un componente inseparable de la actividad científica. Su utilidad es indudable y la necesidad de su enseñanza es una prioridad en las políticas educativas y está presente durante toda la vida escolarizada; sin embargo, es la disciplina que presenta mayores dificultades para su aprendizaje. Por ejemplo, en el año 2013 en México, cerca del 63.7% de los estudiantes de Educación Media Superior tuvieron un desempeño insuficiente y elemental en matemáticas en la Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares, ENLACE [4].

La implementación de una evaluación escrita para la detección de errores y la posterior clasificación de los mismos, ha permitido obtener una radiografía del estado de conocimiento de los alumnos y constituirá una valiosa ayuda a la hora de reorganizar la práctica pedagógica.

2.3 Análisis estadístico

La Estadística es la disciplina científica dedicada al tratamiento de la información que contiene series de datos que proceden de la observación de fenómenos colectivos (demográficos, económicos, sanitarios, etc.) en los que intervienen factores de variación que hacen necesario formular modelos probabilísticos para poder llegar a conclusiones o predicciones bajo un determinado nivel de probabilidad. En general los procedimientos estadísticos se aplican a la recopilación, organización, presentación, análisis e interpretación de datos numéricos con el fin de realizar una toma de decisión más efectiva. Su objetivo es reunir una información cuantitativa concerniente a individuos, grupos, series de hechos y deducir, gracias al análisis de estos datos, unos significados precisos o unas previsiones para el futuro [12].

2.3.1 Estadística descriptiva

Esta rama de la estadística se encarga de obtener, organizar, presentar y reducir los diferentes datos observados de los registros efectuados por el investigador. Algunas medidas comúnmente utilizadas en la estadística descriptiva, son las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) y las medidas de variabilidad o dispersión (varianza, desviación típica, curtosis, etc.)

Si se denota por n_1 y n_2 a los tamaños muestrales de un primer y segundo grupo, las medias $(\overline{x_1}, \overline{x_2})$ y las desviaciones típicas (s_1, s_2) para los dos grupos son:

$$\overline{x_1} = \frac{\sum x_{1_i}}{n_1}$$

$$\overline{x_2} = \frac{\sum x_{2_i}}{n_2}$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{1}{n_1 - 1}\sum\left(x_{1_i} - \overline{x_1}\right)^2}$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{1}{n_2 - 1}\sum\left(x_{2_i} - \overline{x_2}\right)^2}$$

Donde x_1 indica los valores para la variable del grupo 1 y x_2 indica los valores para la variable del grupo 2.

2.3.2 Hipótesis

Una hipótesis se define simplemente como una afirmación acerca de una o más poblaciones. En general, la hipótesis se refiere a los parámetros de las poblaciones acerca de las cuales se hace la afirmación. Las hipótesis estadísticas se establecen en tal forma que puedan ser evaluadas a través de técnicas estadísticas apropiadas. En el contraste de hipótesis se trabaja con dos hipótesis estadísticas que deben enunciarse explícitamente. La primera es la hipótesis que se desea contrastar, conocida como hipótesis nula, y que se designa por el símbolo H_o. En general, la hipótesis nula se rechaza (si la evidencia estadística en su contra es mucha) o no se rechaza (si la evidencia estadística en su contra no es suficiente). De no rechazarse, se dirá que apoya a otra hipótesis. Esta otra hipótesis se conoce como hipótesis alternativa y puede designarse mediante el símbolo H_A [13].

2.3.3 Estadístico de prueba

El estadístico de prueba es algún estadístico que puede calcularse a partir de los datos de la muestra. Como regla, existen muchos valores posibles que puede tener el estadístico de prueba, dependiendo del valor particular observado de la muestra particular extraída. El estadístico de prueba sirve como un productor de decisiones, ya que la decisión de rechazar o no la hipótesis nula depende de la magnitud del estadístico de prueba [13].

Los contrastes de hipótesis permiten determinar la significancia estadística de los datos recopilados. Es decir, se puede saber, si los resultados obtenidos, fueron producto del azar o del tratamiento experimental aplicado por el investigador [7].

Existen diversas pruebas estadísticas que se emplean en función del diseño de la investigación, el tipo de datos y número de muestras. Para el caso que nos ocupa, la prueba t de Student para muestras pareadas, dependientes o relacionadas, es adecuada en primera instancia. Una prueba t es un contraste de hipótesis de la media de una o dos poblaciones distribuidas normalmente. Aunque existen varios tipos de prueba t para situaciones diferentes, en todas se utiliza un estadístico de prueba que sigue una distribución t bajo la hipótesis nula.

William Sealy Gosset, utilizando el seudónimo de estudiante (Student), desarrolló la prueba t y la distribución t. La t de Student, básicamente fue diseñada para examinar las diferencias entre dos muestras independientes y pequeñas con distribución normal y homogeneidad en sus varianzas[1]. Gosset insiste en la normalidad de las dos muestras como in requisito en el desarrollo de la prueba [11].

La prueba t de Student se deriva de las distribuciones t. La distribución t es una distribución simétrica, pero a diferencia de la distribución normal que es mesokúrtica, esta distribución es leptokúrtica. Esto significa que la parte central de esta distribución es más delgada y elevada con colas más anchas con respecto a la distribución normal. Esta última característica (colas anchas) implica que la probabilidad de eventos extremos es más alta con la distribución t de Student que en la distribución normal. Esta propiedad convierte a la distribución t de Student en una distribución preferida respecto a la normal para modelar muchas series financieras, por ejemplo. La distribución t de Student tiene un parámetro adicional a la media y desviación estándar, que se conoce como los grados de libertad. Estos grados de libertad determinan el ancho de las colas de esta distribución. Cuanto menores sean los grados de libertad, mayor será el ancho de las colas. Por otro lado, en el límite cuanto más altos sean los grados de libertad, esta distribución tenderá hacia la distribución normal [1].

La distribución t de Student juega un rol protagónico en los test de hipótesis donde la varianza poblacional es desconocida. Se usa para los contrastes de hipótesis de diferencia de medias y para la construcción de intervalos de confianza cuando la desviación estándar poblacional es desconocida. Es importante señalar que se consideran muestras apareadas o dependientes, cuando se obtienen dos conjuntos de datos relacionados por la misma muestra; es decir, se obtienen dos observaciones para cada unidad elemental en la muestra o cuando se mide una característica en las unidades elementales con dos tipos de instrumento, en caso contrario se dice que las muestras son independientes [6].

2.3.4 Distribuciones t

Cuando se conoce el valor de la desviación típica σ, se basan los intervalos de confianza y las pruebas para la media μ, en el estadístico z de una muestra,

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Siendo $\bar{x}$ la media muestral. La media de la distribución de $\bar{x}$ es μ. Este estadístico z tiene una distribución normal estandarizada N(0,1). Cuando no se conoce σ, se sustituye la desviación típica de $\bar{x}$, $\sigma/\sqrt{n}$ por su error típico $s/\sqrt{n}$. El estadístico resultante no tiene una distribución normal. Su distribución se llama distribución t [1].

2.3.5 El estadístico t

Sea una muestra aleatoria simple de tamaño n de una población que tenga una distribución normal con media μ y desviación típica σ. El estadístico t de dicha muestra es

[1] En el artículo original, el autor no define qué es una muestra grande y/o pequeña.

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

Tiene una distribución t con $n - 1$ grados de libertad [1].

3 Metodología

Se trata de un tipo de investigación descriptiva e inferencial, que se basa en la caracterización de un hecho, fenómeno o comportamiento de diseño experimental. Es decir, un proceso que consiste en someter a un objeto o grupo de individuos a determinadas condiciones o estímulos (variable independiente), para observar los efectos que se producen (variable dependiente); realizada con estudiantes que cursan el último año en la Escuela Preparatoria Núm. 19.

Población: La población que se toma es de 180 estudiantes que cursan el último año, del ciclo escolar 2017-2018 en la Institución (siete grupos del turno matutino), los cuales muestran deficiencias en las áreas de matemáticas.

Muestra: En base a la población antes referida, la muestra lo conforma un grupo de 15 estudiantes seleccionados aleatoriamente.

Como instrumento para la recolección de datos, se utilizó una evaluación escrita.

3.1 Etapas

A continuación, se describen las diferentes etapas realizadas. Debe destacarse, que previo al diseño de la primera evaluación escrita, y con la finalidad de tener elementos que apoyaran el diseño del instrumento, se trabajó con la muestra de alumnos, realizando actividades como revisión de apuntes, preguntas y respuestas sobre temas específicos, examinación en la resolución de ejercicios, etc.

a) Diseño de evaluación escrita

Se diseña la primera evaluación escrita (Anexo 1) la cual consta de 33 reactivos (o situaciones matemáticas) algunas de solución única, a fin de que el estudiante pueda resolverlo en un lapso de una hora. Introduciendo diversos tipos de ejercicios que sin ser demasiado complejos o tediosos revelen los objetivos del presente trabajo de investigación.

b) Primera aplicación de evaluación escrita

Se aplica la primera evaluación escrita a la muestra de alumnos comunicándoles el motivo o la finalidad de la evaluación, además de las indicaciones de no consultar apuntes ni libros para su realización, pues el proyecto pretende conocer el pensamiento y aprendizaje del alumno.

c) Obtención y análisis de resultados

Con el uso del software estadístico IBM SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) Statistics 20 y RStudio versión 1.1.383, se procede a procesar los datos obtenidos, que incluyen, tablas de frecuencias, histogramas o gráfico de barras y medidas de tendencia central.

d) Implementación de estrategias correctivas

En esta fase se realizan e implementan técnicas didácticas, basadas básicamente en la revisión y estudio de los errores o conceptos; se intenta que el alumno sea quien perciba sus errores, explicando el modo correcto, mediante actividades orientadas a ayudar a la superación de las principales fallas detectadas. La finalidad es que los alumnos, reconozcan y perciban sus errores, se trabaje activamente en su superación, se comparen versiones correctas con incorrectas, etc. Se intenta usar los errores constructivamente a fin de que el alumno tome conciencia y logre superarlos.

e) Segunda aplicación de evaluación escrita

Después de realizar la estrategia anterior, se aplicó una segunda versión de la evaluación escrita (Anexo 2) para así tener elementos suficientes y decidir si la estrategia implementada ha sido efectiva. Esta evaluación contiene ejercicios semejantes a los de la primera evaluación, sin ser idéntica a la misma, lo que proporciona información suficiente para poder valorar si se logró o no la superación de los errores mostrados en la primera.

f) Obtención y análisis de resultados

De manera análoga a la primera evaluación, se procede a procesar los datos de la muestra, apoyados en el uso de software estadístico IBM SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) Statistics 20 y RStudio versión 1.1.383.

g) Contraste de hipótesis

Se usó la prueba estadística t de Student para muestras apareadas o relacionadas, puesto que interesa comparar una característica en una población o muestra en dos circunstancias distintas (antes-después); esencialmente se realizaron los siguientes pasos:

-Redactar Hipótesis Nula y Alterna.
-Ejecutar los cálculos (media y desviación estándar).
- Determinar el nivel de significación ALFA.
-Verificar supuesto de Normalidad. Prueba de normalidad con Kolmogorov-Smirnof o Shapiro-Wilks.
-Conclusión de la prueba de Normalidad.
-Se resuelve la fórmula para la prueba t.
-Decidir si se acepta o rechaza la Hipótesis nula (H_0).
-Redactar la conclusión de la prueba t de Student para muestras relacionadas.

A partir del análisis se realizaron las conclusiones sobre cuáles son esencialmente los errores sistemáticos que predominan en determinados ejercicios, con la intención de realizar sugerencias o recomendaciones que contribuyan al mejoramiento del desempeño de los estudiantes en las áreas de matemáticas.

4 Resultados

A continuación, se describen en primer lugar, los resultados obtenidos en la 1ª evaluación, seguido de los principales errores frecuentes que fueron detectados. Después, los resultados derivados de la 2ª evaluación y finalmente, la comparación de ambos, para aplicar la prueba estadística.

4.1 Resultados de la primera evaluación

En la Figura 2 se observa el número de aciertos obtenido por cada estudiante de la muestra. Considerando al instrumento que se aplicó a los estudiantes como un examen que se califica en forma tradicional, la media del número de aciertos es de 15.53 de 33 reactivos en total, corresponde a una calificación de 47.06/100.

$$\overline{x_1} = \frac{\sum x_{1_i}}{n_1} = \frac{233}{15} = 15.53$$

La desviación estándar es de:

$$s_1 = \sqrt{\frac{1}{n_1 - 1}\sum\left(x_{1_i} - \overline{x_1}\right)^2} = 3.2263$$

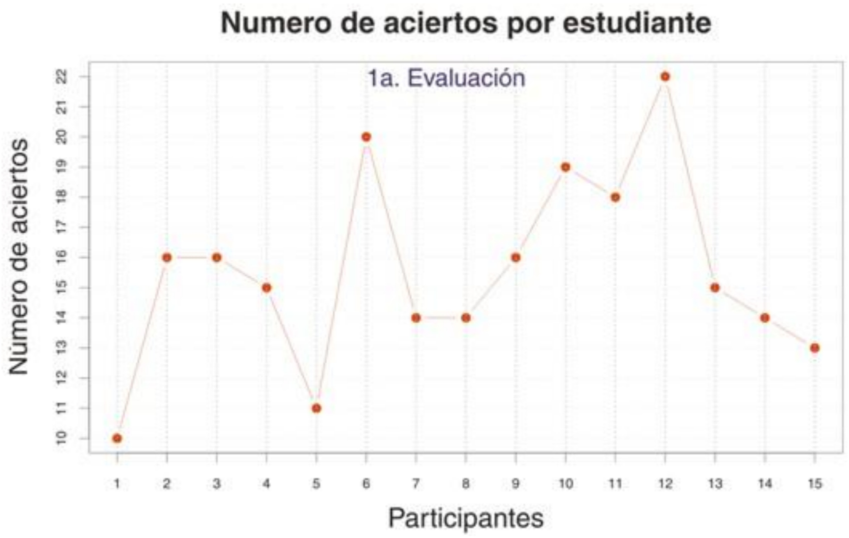


Figura 2. Número de aciertos por estudiante
(Fuente: Elaboración propia con software RStudio

La Figura 3 muestra la frecuencia de estudiantes de acuerdo al número de aciertos obtenidos; se observa que las mayores frecuencias se encuentran entre 14 y 16 aciertos.

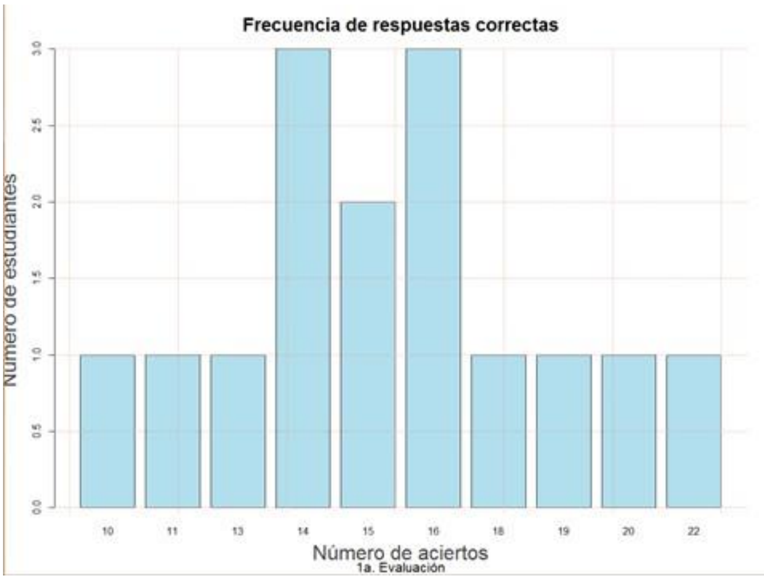


Figura 3. Frecuencia de respuestas correctas
(Fuente: Elaboración propia con software RStudio)

En cuanto a la clasificación de los reactivos, en la Tabla 1, se presenta el número de respuestas correctas, incorrectas y sin contestar, del total de la muestra, expresados también en porcentaje. Un 51.1% de respuestas son incorrectas (253 de 495) lo que muestra un limitado conocimiento en cuanto a los reactivos de la evaluación. Se observa que el reactivo que más estudiantes contestaron incorrectamente fue el No. 12 y los que más contestaron correctamente fueron el No. 1 y 21.

Tabla 1. Respuestas por reactivo, correctas, incorrectas y sin contestar
(Fuente: Elaboración propia)

Reactivo	Correcta		Incorrecta		Sin contestar	
	No	%	No.	%	No.	%
1	12	92.31	3	23.08	0	0.00
2	10	76.92	5	38.46	0	0.00
3	8	61.54	6	46.15	1	7.69
4	3	23.08	12	92.31	0	0.00
5	8	61.54	7	53.85	0	0.00
6	10	76.92	5	38.46	0	0.00
7	11	84.62	4	30.77	0	0.00
8	4	30.77	11	84.62	0	0.00
9	8	61.54	5	38.46	2	15.38
10	7	53.85	7	53.85	1	7.69
11	4	30.77	10	76.92	1	7.69
12	2	15.38	13	100.00	0	0.00
13	3	23.08	12	92.31	0	0.00
14	3	23.08	12	92.31	0	0.00
15	5	38.46	10	76.92	0	0.00

16	8	61.54	7	53.85	0	0.00
17	11	84.62	3	23.08	1	7.69
18 a)	5	38.46	10	76.92	0	0.00
18 b)	4	30.77	11	84.62	0	0.00
18 c)	3	23.08	12	92.31	0	0.00
18 d)	8	61.54	7	53.85	0	0.00
18 e)	11	84.62	3	23.08	1	7.69
18 f)	6	46.15	8	61.54	1	7.69
18 g)	6	46.15	9	69.23	0	0.00
18 h)	3	23.08	12	92.31	0	0.00
18 i)	11	84.62	4	30.77	0	0.00
18 j)	7	53.85	8	61.54	0	0.00
18 k)	9	69.23	6	46.15	0	0.00
18 l)	10	76.92	5	38.46	0	0.00
18m)	9	69.23	6	46.15	0	0.00
19	5	38.46	10	76.92	0	0.00
20	7	53.85	7	53.85	1	7.69
21	12	92.30	3	23.08	0	0.00
Totales	**233**		**253**		**9**	

De los datos anteriores, en la Tabla 2, se muestran entonces los errores frecuentes cometidos, es decir aquellos reactivos donde la mayoría de los alumnos cometieron errores:

Tabla 2. Reactivos con mayores respuestas incorrectas
(Fuente: Elaboración propia)

Reactivo	**12**	**4**	**13**	**14**	**18c)**	**18h)**	**8**	**18b)**	**11**	**15**	**18a)**	**19**	**18g)**	**18f)**	**18j)**
Porcentaje	86.6%	80%	80%	80%	80%	80%	73.3%	73.3%	71.4%	66.6%	66.6%	66.6%	60%	57.1%	53.3%

4.2 Errores frecuentes detectados

A continuación, se describen los errores comunes detectados a partir de la evaluación aplicada:

- Reactivo 12: ¿Es $-x$ un número negativo?

Un total de 13 alumnos respondieron incorrectamente, lo que sugiere que los estudiantes son descuidados y despreocupados del signo que puede adquirir la variable x, dan por hecho que un signo menos significa un número negativo, y no dan importancia al valor de x, el cual puede ser negativo o positivo. Parece complicado entender el "doble negativo" si no está expresamente escrito o con paréntesis.

- Reactivo 4: La ecuación $-7x + 5 = 0$ tiene como solución:

Las respuestas incorrectas más frecuentes fueron $-\frac{7}{5}$ seguida de $-\frac{5}{7}$, revela deficiencias en el despeje de la variable y la trasposición correcta de términos, pues asumen erróneamente que, si el número (coeficiente) está multiplicando con signo negativo, pasa dividiendo cambiado de signo.

- Reactivo 13: Si un triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo recto ¿Cuál o cuáles de las siguientes figuras responden a la definición?

Identifican la presencia de sólo un triángulo rectángulo, a pesar de haber tres triángulos rectángulos. El hecho de girar los triángulos, dificulta su información espacial al identificar como correcto únicamente a aquel que está en la posición tradicional.

- Reactivo 14: El resultado de $(-5)^0$ es:

Respuestas frecuentes: -5 y 0. Se infiere, por un lado, que $a^0 = a$, puesto que se debe multiplicar 0 veces la base, en consecuencia, queda la misma base; por otro lado, se infiere que $a^0 = 0$, pues se multiplica cero veces la base.

- Reactivo 18 c): $\frac{1}{x+y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

La mayoría de los estudiantes asume que esta igualdad es verdadera, pues infieren en descomponer la fracción en tantas, como sumandos tenga el denominador. En este caso, interfiere el análogo de la regla correcta, la cual es: $\frac{x+y}{z} = \frac{x}{z} + \frac{y}{z}$.

- Reactivo 18 h): $x^3 + x^5 = x^8$

Gran parte de los estudiantes asume que es verdadera, interfiere la ley de exponentes en la multiplicación de términos: $x^3(x^5) = x^8$, y no dan importancia al hecho de que se trata de una suma de términos, aplicando la misma regla.

- Reactivo 8: La expresión equivalente a $\frac{3x^3-x}{x}$ es:

Lo frecuente en los alumnos, es que han simplificado la expresión anterior como: $3x^2 - x$ o bien en: $3x^3 - 1$. Es decir, cancelan una x del denominador contra una x del primer o segundo término del numerador. Omiten la forma correcta de factorizar primero el numerador, antes de cancelar.

- Reactivo 18 b): $\sqrt{(x+y)} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

La mayoría de los alumnos contesta que es verdadero. Se pierde el esquema y se asocia con $\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$

- Reactivo 11: ¿Cuál es el resultado de $\left(\frac{3}{5}x\right)^2$?

La mayor parte de las respuestas fueron para $\frac{9}{25}x$ seguidas de $\frac{3}{5}x^2$. Descuidan el hecho de aplicar la potencia a ambos factores y solo afectan a uno de ellos.

- Reactivo 15: El resultado de -2^4 es:

La respuesta más frecuente fue 16. Se recupera el esquema previo "todo número negativo elevado a una potencia par da por resultado un número positivo" siendo que el contexto se ha modificado.

- Reactivo 18 a): $sen(x+y) = (sen\ x) + (sen\ y)$

Asumen como verdadera la igualdad, pues suponen erróneamente que se trata de una multiplicación de algo llamado $"sen", con\ algo\ llamado\ "x"\ y\ "y"$, a la cual se aplica la propiedad distributiva. No aplican el conocimiento de que el $seno$ es una función trigonométrica y el $sen\ (A)$ se utiliza para describir que se está hablando de la función $seno$ del ángulo A.

- Reactivo 19: El resultado de $2(x+1)^2$ es:

Suelen aplicar directamente la propiedad distributiva, sin antes desarrollar previamente la potencia indicada en el paréntesis.

- Reactivo 18 g): $sen\ 3x = 3sen\ x$

Asumen como verdadera la igualdad, pues suponen erróneamente que se trata de una multiplicación de algo llamado "sen", con "x" y con "3", en la cual pueden intercambiar sus factores libremente. No aplican el conocimiento de que el $seno$ es una función trigonométrica.

- Reactivo 18 f): $log\ (x + y) \neq logx + logy$

La respuesta frecuente fue que es falsa la desigualdad, por lo que suponen erróneamente que $log\,(x + y)$ equivale a $logx + logy$, aplicando la propiedad distributiva para la multiplicación de algo llamado "log", "x" e "y", sin tener en cuenta que log define la función logarítmica que posee ciertas propiedades.

- Reactivo 18 i): $\frac{0}{2} = 0$

La respuesta frecuente es que la consideran como falso. Interfiere con $\frac{2}{0}$.

Después de la revisión de la evaluación y a lo largo de 6 semanas, se impartieron las estrategias correctivas, donde se trabajó con los alumnos de la muestra, implementando asesorías enfocadas a los errores que fueron detectados; explicando el tipo de error cometido con ejemplos ilustrativos, preguntas, reflexiones y ejercicios de reforzamiento, todo ello con la finalidad de superar dichas deficiencias; intentando en la medida de lo posible que sea el alumno quien perciba sus errores para obtener los conceptos validados y matemáticamente aceptados. Una vez concluidas las estrategias, se aplicó una segunda evaluación (Anexo 2) a los mismos 15 estudiantes de la muestra.

4.3 Resultados de la segunda evaluación

En la Figura 4 pueden observase los resultados del número de aciertos por estudiante, obtenidos en la segunda evaluación.

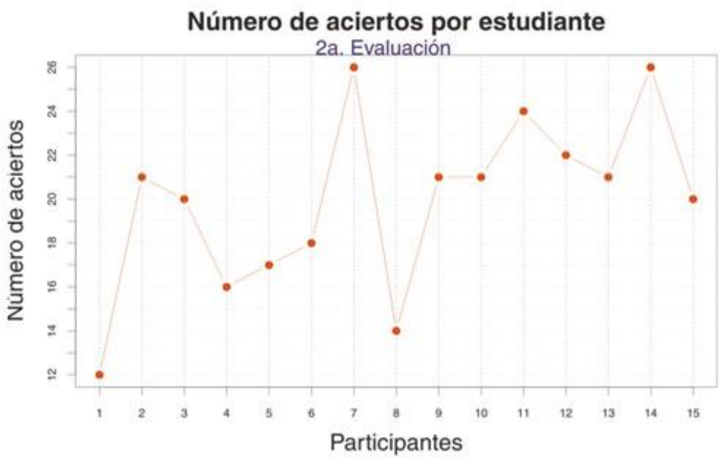


Figura 4. Número de aciertos por estudiante
(Fuente: Elaboración propia con software RStudio)

El valor para la media es:

$$\overline{x_2} = \frac{\sum x_{2_i}}{n_2} = \frac{299}{15} = 19.93$$

La desviación estándar obtenida es de:

$$s_2 = \sqrt{\frac{1}{n_2 - 1}\sum \left(x_{2_i} - \overline{x_2}\right)^2} = 4.008$$

Considerando una calificación tradicional, el promedio es de 60.39/100.

4.4 Contraste de hipótesis. Prueba estadística t de Student para muestras relacionadas

Sean,

X_i=Número de errores en la 1ª evaluación

Y_i= Número de errores en la 2ª evaluación

Además, se define la variable diferencia $D_i = X_i - Y_i$. La Tabla 3, concentra los valores de ambas variables y que servirán de base para realizar la prueba estadística t de Student para muestras relacionadas o apareadas.

Tabla 3. Número de errores obtenidos en las 2 evaluaciones (Fuente: Elaboración propia)

Participante	X_i **(Errores en la 1a evaluación)**	Y_i **(Errores en la 2a evaluación)**	$D_i = X_i - Y_i$
1	23	21	2
2	17	12	5
3	17	13	4
4	18	17	1
5	22	16	6
6	13	15	-2
7	19	7	12
8	19	19	0
9	17	12	5
10	14	12	2
11	15	9	6
12	11	11	0
13	18	12	6
14	19	7	12
15	20	13	7

- Redacción de hipótesis.

H_0 = No existen diferencias significativas en el promedio de errores en la evaluación escrita antes y después de recibir las asesorías.

H_A = Existen diferencias significativas en el promedio de errores en la evaluación escrita antes y después de recibir las asesorías.

Simbólicamente:

$$H_0 = \mu_{antes} = \mu_{después}$$
$$H_A = \mu_{antes} \neq \mu_{después}$$

- Nivel de significación α

Definimos el nivel de confianza en los resultados en un 95%, es decir que el porcentaje de error será de: $\alpha = 0.05$

- Prueba de normalidad

Antes de aplicar el contraste de hipótesis t de Student, se verifica el supuesto de normalidad de las observaciones o puntuaciones de la variable dependiente (X_i, Y_i). Como es el caso de una muestra menor a 30 sujetos, se aplicará la prueba Shapiro-Wilk.

Criterios para determinar la normalidad.

p-valor $\geq \alpha$ aceptar la H_0 = Los datos provienen de una distribución normal

p-valor $< \alpha$ aceptar la H_A = Los datos no provienen de una distribución normal

Con ayuda del software SSPS, después de ingresar los datos de las variables de la Tabla 3 y mediante las siguientes opciones del menú: Analizar>Estadísticos descriptivos>Explorar; proporciona los resultados que se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4. Prueba de normalidad
(Fuente: Salida del programa SSPS)

Pruebas de normalidad

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Evaluacion1	.176	15	.200*	.971	15	.868
Evaluacion2	.173	15	.200*	.954	15	.592

*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Como puede observarse, en el apartado correspondiente a la prueba Shapiro-Wilk, el nivel de significación de la evaluación 1 y 2 es de 0.868 y 0.592 respectivamente, por lo que,

$$\text{p-valor } (evaluación1) = 0.868 \geq 0.05$$

$$\text{p-valor } (evaluación2) = 0.592 \geq 0.05$$

Por lo tanto, se acepta la Hipótesis nula (H_0) y se puede afirmar que los datos provienen de una distribución normal.

 Cálculos

Se calculan las medias de las variables $X_{i,}$ Y_i:

$$\overline{X_\iota} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{262}{15} = \mathbf{17.466} \qquad \overline{Y_\iota} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{196}{15} = \mathbf{13.066}$$

La desviación estándar para la variable D_i, es:

$$s_{D_i} = \sqrt{\frac{1}{n_1 - 1}\sum\left(x_{1_i} - \overline{x_1}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum(D_i - \overline{D_\iota})^2} = \mathbf{4.084}$$

 Se establece la zona de rechazo

Se obtienen los grados de libertad

$$g.l = n - 1 = 15 - 1$$
$$= \mathbf{14}$$

Enseguida, se establece el nivel de significación de $\alpha = 0.05$ para una prueba de dos colas. Se encuentra en la Tabla de distribución de valores críticos para la prueba t (Figura 5) que el correspondiente valor crítico es $t_{vc} = \pm 2.145$.

α / r	0,25	0,2	0,15	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,0005
1	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656	636,578
2	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,600
3	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073

Figura 5. Tabla t de Student
(Fuente: [1], p. 582)

Las regiones de aceptación y rechazo, se muestran en la Figura 6, en donde se puede observar la curva de la distribución normal y la curva de la distribución t, con 14 $g.l$.

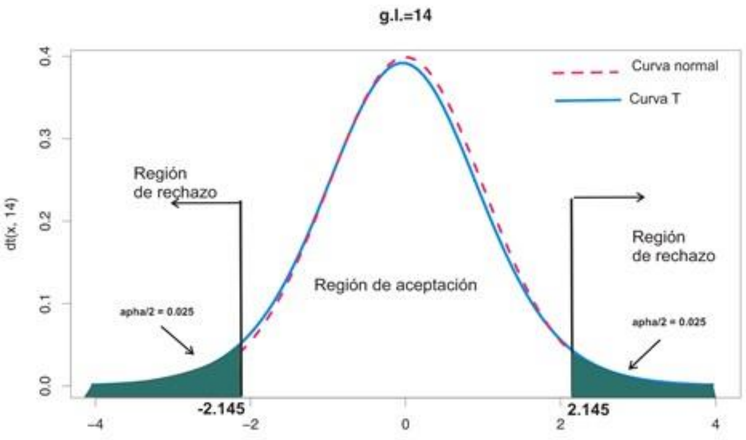


Figura 6. Regiones de aceptación y rechazo
(Fuente: Elaboración propia con software RStudio)

- Se resuelve la fórmula para la prueba t

Utilizando la ecuación (6), y con los valores antes obtenidos, se tiene que,

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{\overline{X_\iota} - \overline{Y_\iota}}{s_{D_i}/\sqrt{n}} = \frac{17.466 - 13.066}{4.084/\sqrt{15}} = \frac{4.4}{1.0544}$$

Entonces, $t = \mathbf{4.172}$

Se comprueba el resultado de la prueba t, con ayuda del software RStudio, empleando la función t.test() de R, y como se trata del mismo grupo de estudiantes, se toma la prueba de datos "apareados" lo cual se maneja en R, con el argumento: paired=TRUE dentro de la función, es decir la sentencia es:

```
Xi=c(23,17,17,18,22,13,19,19,17,14,15,11,18,19,20) #Resultados de la 1a
evaluación
Yi=c(21,12,13,17,16,15,7,19,12,12,9,11,12,7,13) #Resultados de la 2a evaluación
t.test(Xi,Yi,paired=T) #Prueba T de Student para muestras relacionadas
```

Lo cual, reporta el siguiente conjunto de resultados:

```
Paired t-test
data:  Xi and Yi
t = 4.1718, df = 14, p-value = 0.0009407
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
  2.137905 6.662095
sample estimates:
  mean of the differences
4.4
```

Que como se puede observar, se obtiene el mismo valor para $t = 4.1718$. Ahora bien, el intervalo de confianza ofrece información añadida al contraste de hipótesis propiamente dicho, pues en este caso plantea los valores entre $2.1379\ y\ 6.6620$, lo que permite conocer entre qué valores se encontrará en la población la diferencia entre las medias, es decir, que se puede afirmar que a nivel poblacional (con un nivel de confianza del 95%) la media en el número de errores en la 2ª evaluación, se encuentra entre $2.1379\ y\ 6.6620$ unidades por debajo de la media de la 1ª evaluación.

- Se decide si se acepta o rechaza la H_0

Si el valor de $t > t_{vc}$, entonces se rechaza la H_0; pero si $t < t_{vc}$, entonces se mantiene la H_0

De los cálculos obtenidos, se tiene que,

$t = 4.172$ y $t_{vc} = \pm 2.145$, por lo tanto, se rechaza la H_0 y se acepta la H_A

En consecuencia, por medio de la prueba t de Student para observaciones pareadas, cabe afirmar que existen diferencias estadísticamente significativas en las puntuaciones del número de errores de los estudiantes, después de asistir a las asesorías (Figura 7).

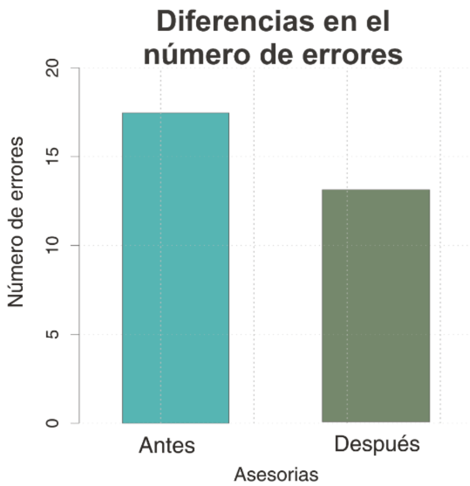


Figura 7. Diferencias en el número de errores
(Fuente: Elaboración propia con software RStudio)

5 Conclusiones y futuras líneas de investigación

De los resultados obtenidos en el presente trabajo, se detectaron, derivados de una primera evaluación, ciertos errores que son frecuentes en los estudiantes al momento de efectuar dicha prueba y que se traducen en cierta deficiencia en los conocimientos matemáticos, sobre todo algebraicos. Particularmente las áreas con mayor prioridad para su atención son: ley de los signos, procedimiento en solución de una ecuación lineal, información espacial adecuada, exponente cero, descomposición de fracciones, leyes de exponentes, simplificación de fracciones algebraicas, leyes de los radicales, potencias negativas, funciones trigonométricas para la suma de dos ángulos y funciones logarítmicas.

Los datos obtenidos en la segunda evaluación, después de implementar las estrategias didácticas de corrección de los errores, muestran resultados que mejoran la calificación con respecto a la primera. El uso de la estadística inferencial, y en particular de la prueba estadística de hipótesis, denominada t de Student para muestras relacionadas, ha revelado en su resultado, que las estrategias didácticas enfocadas a superar los errores cometidos, han sido efectivas para mejorar el desempeño en la evaluación, es decir, contribuyen al mejoramiento en el desempeño de los alumnos.

Sería interesante de cara al futuro, desarrollar algunas vías de trabajo basadas en lo anterior, como por ejemplo:

- Explorar al inicio de cada curso o materia y con la aplicación de evaluaciones, los errores que pudiesen estar presentes en los estudiantes, a fin de corregir y mejorar su desempeño.
- Replicar este estudio, analizando los errores cometidos en el aprendizaje de las matemáticas, considerando los alumnos que egresan de la educación media básica y con ello, poder prevenir o rectificar a tiempo, antes de ingresar en la educación media superior.
- Puede ser útil extender los ejercicios de las evaluaciones en base a los señalamientos que los profesores han observado en sus estudiantes, lo cual permitiría profundizar e indagar aún más sobre los errores que cometen los alumnos.

En la práctica, la enseñanza de las matemáticas no es tarea sencilla, ya que hay muchos factores involucrados; sin embargo, identificar aquellos errores de manera oportuna y tratarlos, tendrá un impacto positivo en la mejora del aprendizaje de las matemáticas.

6 Referencias

[1] COURT MONTEVERDE, EDUARDO, & WILLIAMS RENGIFO, Erick. *Estadísticas y econometría financiera*, pp. 111-115, 582 CENGAGE Learning-Fordham University, Buenos Aires, Argentina, 2011.

[2] CURY, HELENA. *As concepções de matemática dos professores e suas formas. Tesis de Doctorado en Educación*, p. 84, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio, Brasil, 1994.

[3] ENGLER, ADRIANA., GREGORINI, MARÍA., & MULLER, DANIELA. Sociedad Argentina de Educación Matemática. *Los errores en el aprendizaje de matemática*. Fecha de consulta: 20 de Octubre de 2017, de: http://www.soarem.org.ar/Documentos/23%20Engler.pdf

[4] GOBIERNO DEL ESTADO DE MÉXICO. (13 de marzo de 2012). *Plan de Desarrollo del Estado de México 2011-2017*, p. 59. Fecha de consulta: 8 de octubre de 2017, de http://edomex.gob.mx/plan_desarrollo_estado_mexico

[5] GODINO, JUAN D., BATANERO, CARMEN, & FONT, VICENC. *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para el maestro*, pp. 62-70, Universidad de Granada, España, 2003.

[6] MÁRQUES DOS SANTOS, MARÍA JOSÉ. *Estadística Básica. Un enfoque no paramétrico*, pp. 2, 3, 4, 5, Universidad Nacional Autónoma de México, FES Zaragoza, México, 2001.

[7] MONCADA JIMÉNEZ, JOSÉ. *Estadística para ciencias del Movimiento Humano*, pp. 9-23, Editorial de la Universidad de Costa Rica, 2005.

[8] PIERRE ASTOLFI, JEAN. *El "error" un medio para enseñar,* pp. 1-13, Diada Editora S.L., España, 1999.

[9] RADATZ, HENDRIK. For the Learning of Mathematics. International journal*. Students' errors in the mathematical learning process: a survey*. V. 1, Nº 1, 1980. Fecha de consulta: 31 de octubre de: 2017, de: https://flm-journal.org/Articles/flm_1-1_Radatz.pdf

[10] RICO, LUIS. *Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas*, pp. 69-108, Grupo Editorial Iberoamericana. Educación Matemática, México, 1995.

[11] SEALY GOSSET, WILLIAM (STUDENT). (Marzo de 1908). UC Berkeley Seismology Lab. *The Probable error of a mean. Biométrika*. Fecha de consulta: 30 de octubre de 2017, de: http://seismo.berkeley.edu/~kirchner/eps_120/Odds_n_ends/Students_original_paper.pdf

[12] TOMÁS SÁBADO, JOAQUÍN. *Fundamentos de bioestadística y análisis de datos para enfermería,* pp. 13, 14, 41-48, UAB Universidad Autónoma de Barcelona, España, 2009.

[13] WAYNE W., DANIEL. *Bioestadística,* pp. 221-279, Editorial Limusa S.A de C.V., México, 1991.

Sobre el autor:

Nombre: Pablo Sánchez Madrigal
Correo Electrónico: ppablosm@gmail.com
Institución: Universidad abierta y a Distancia de México (UnADM), México.

ANEXO 1

ESCUELA PREPARATORIA OF. NO 19
PROYECTO 2017-2018
APLICACIÓN DE 1ª. EVALUACIÓN ESCRITA

Datos de identificación

Nombre:________________________________ **Grado/Grupo:**__________ **Fecha:**_______

Este instrumento es de carácter diagnóstico, los resultados proveerán información que será de utilidad para un mejor desarrollo del curso.

Instrucciones: Resuelve los siguientes ejercicios y marca la respuesta correcta

1. ¿Cuál es el resultado de 2^4?

a) 8 b) 16 c)6

2. ¿Cuál es el resultado de $(\mathbf{x}+5)^2$?

a) $x^2+10x+25$ b) x^2+25 c)x^2+10 d)$(x+5)(x-5)$

3. La ecuación $2x^2 = x$,

a) Tiene una solución $x = 1/2$ b) Tiene dos soluciones $\begin{cases} x_1 = 1/2 \\ x_2 = 0 \end{cases}$ c)No tiene solución

4. La ecuación $-7x+5=0$ tiene como solución

a) $x=-\frac{5}{7}$ b) $x=\frac{5}{7}$ c) $x=-\frac{7}{5}$ d) $x=\frac{7}{5}$

5. El resultado de la siguiente suma $-20+7-3+10+7$, es:

a) 1 b) -1 c)33 d)Otra_______

6. El resultado de $-13x+20x$ es:

a) $-7x$ b) 7 c)$-7x^2$ d)-7 e)$7x$ f) $7x^2$

7. El resultado de $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{5}{3}\right)$ es:

a) $\frac{10}{3}$ b) $\frac{6}{5}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{3}{10}$

8. La expresión equivalente a $\frac{3x^3-x}{x}$ es:

a) $3x^2-x$ b) $3x^2-1$ c) $3x^3-x$ d) $3x^3-1$

9. El resultado de $7x^2 - (5x + 3)$ es:

a) $7x^2 - 5x - 3$ b) $7x^2 - 5x + 3$ c) $7x^2 + 5x + 3$ d) $2x^3 - 3$

10. El resultado de $(5xy^3z^5)^2$ es:

a) $25x^2y^6z^{10}$ b) $5x^2y^6z^{10}$ c) $25x^3y^5z^7$ d) $10x^2y^6z^{10}$

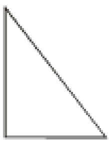
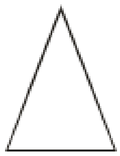
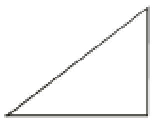
11. ¿Cual es el resultado de $\left(\frac{3}{5}x\right)^2$?

a) $\frac{9}{25}x$ b) $\frac{3}{5}x^2$ c) $Otra$_______

12. ¿Es $-x$ un número negativo?

a) Si, si x es un número positivo b) Si c) No, si x es un número negativo

13. Si un triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo recto ¿Cuál o cuáles de las siguientes figuras responden a la definición?

a)  b)  c)  d) 

14. El resultado de $(-5)^0$ es:

a) 1 b) -1 c) 0 d) -5

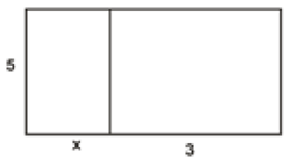
15. El resultado de -2^4 es:

a) 16 b) -16 c) 8 d) -8

16. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde al enunciado: "La mitad de un número natural x más el triplo de dicho número, menos el que le precede, es igual a dos"?

a) $\frac{1}{2}x + 3x - (x - 1) = 2$ b) $\frac{1}{2}x + x^3 - (x - 1) = 2$ c) $\frac{1}{2}x + 3x - (x + 1) = 2$

17. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área del rectángulo?



a) $5x + 3$ b) $5(x + 3)$ c) $15x$ d) $x + 15$

18. Indica si es verdadera(V) o falsa(F) cada una de las siguientes afirmaciones. Considera que x, y, z son números reales cualesquiera.

a) $sen(x+y) = (sen\,x) + (sen\,y)$ ( )

b) $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ ( )

c) $\frac{1}{x+y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ( )

d) $xSen\,x = Sen\,x^2$ ( )

e) $\frac{x+y}{z} = \frac{x}{z} + \frac{y}{z}$ ( )

f) $\log(x+y) \neq logx + logy$ ( )

g) $sen\,3x = 3sen\,x$ ( )

h) $x^3 + x^5 = x^8$ ( )

i) $\frac{0}{2} = 0$ ( )

j) $\frac{2}{0} = 0$ ( )

k) $\frac{2}{0} = 2$ ( )

l) $\frac{2}{3}x = \frac{2}{3x}$ ( )

m) $cos^2 x = cos\,x^2$ ( )

19. El resultado de $2(x+1)^2$ es:

a) $(2x+1)^2$ b) $2x^2 + 4x + 2$ c) $2x^2 + 4$ d) $Otra$__________

20. Una expresión equivalente a $\frac{(3x+7)(2x-1)+(x^2+1)}{(3x+7)}$ es:

a) $(2x-1) + (x^2+1)$ b) $(2x-1) + \frac{(x^2+1)}{(3x+7)}$

21. La correcta factorización de $x^2 - 4$ es:

a) $(x+2)(x-2)$ b) $(x-2)(x-2)$ c) $(x+2)(x+2)$ d) $(x+4)(x-4)$

G R A C I A S

ANEXO 2

ESCUELA PREPARATORIA OF. NO 19
PROYECTO 2017-2018
APLICACIÓN DE 2ª. EVALUACIÓN ESCRITA

Datos de identificación

Nombre:_________________________________ **Grado/Grupo:**__________ **Fecha:**_______

Este instrumento es de carácter diagnóstico, los resultados proveerán información que será de utilidad para un mejor desarrollo del curso.

Instrucciones: Resuelve los siguientes ejercicios y marca la respuesta correcta

1. ¿Cuál es el resultado de $3^2 + 2^3$?

a) 12 b) 17 c)10

2. ¿Cuál es el resultado de $(x+1)^2$?

a) $x^2 + 2x + 1$ b) $x^2 + 1$ c)$x^2 + 2$ d)$(x+1)(x-1)$

3. La ecuación $x^2 = 4x$,

a) Tiene una solución $x = 4$ b) Tiene dos soluciones$\begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

c)No tiene solución

4. La ecuación $-2x + 8 = 0$ tiene como solución

a) $x = -\frac{2}{8}$ b) $x = 4$ c) $x = -4$ d) $x = \frac{2}{8}$

5. El resultado de la siguiente suma $-3 + 10 - 8 + 1 - 5$, es:

a) -3 b) 5 c) -5 d)Otra_______

6. El resultado de $-12y + 8y$ es:

a) $-4y$ b) 4 c)$-4y^2$ d)-4 e)$4y$ f) $4y^2$

7. El resultado de $\left(\frac{x}{2}\right)\left(\frac{5}{7}\right)$es:

a) $\frac{10}{7x}$ b) $\frac{14}{5x}$ c)$\frac{5x}{14}$ d)$\frac{7x}{10}$

8. La expresión equivalente a $\frac{x^2+2x}{x}$es:

a) $x^2 + 2$ b) $x^2 + 2x$ c) $x + 2$ d) $x + 2x$

9. El resultado de $7y - (x - 3)$ es:

a) $7y - x - 3$ b) $7y - x + 3$ c) $7y + x - 3$ d) $7y + x + 3$

10. El resultado de $(3a^2b^3c^4)^2$ es:

a) $9a^4b^6c^8$ b) $3a^4b^6c^8$ c) $9a^4b^5c^6$ d) $6a^4b^6c^8$

11. ¿Cual es el resultado de $\left(\frac{2}{3}x\right)^2$?

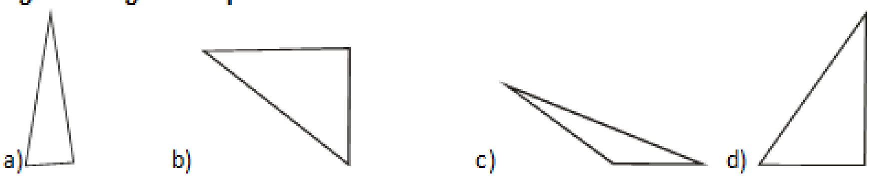
a) $\frac{4}{9}x$ b) $\frac{2}{3}x^2$ c) $Otra$_______

12. ¿Es $-x$ un número negativo?

a) Si, si x es un número negativo b) No, si x es un número negativo

c) Si, si x es un número positivo

13. Si un triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo recto ¿Cuál o cuáles de las siguientesfiguras responden a la definición?



14. El resultado de $(-8)^0$ es:

a) 1 b) -1 c) 0 d) -8

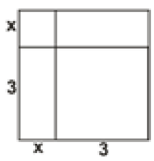
15. El resultado de -3^2 es:

a) 9 b) -9 c) 6 d) -6

16. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde al enunciado: "La raíz cubica del cuadrado de la suma de dos números:"?

a) $\sqrt[3]{2(x+y)}$ b) $\sqrt[3]{(x+y)^2}$ c) $\sqrt[3]{2x+2y}$

17. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área del cuadrado?



a) $(x+3)^2$ b) $x^2 + 3^2$ c) $(3x)^2$ d) $x^2 + 3$

18. Indica si es verdadera(V) o falsa(F) cada una de las siguientes afirmaciones. Considera que x, y , $z$son númerosreales cualesquiera.

a) $Cos(x+y) = (cos\ x) + (cos\ y)$ ( )

b) $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ ( )

c)$\frac{1}{x+2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2}$ ( )

d) $xTan\ x = Tan\ x^2$ ( )

e) $\frac{x+5}{y} = \frac{x}{y} + \frac{5}{y}$ ( )

f) $\log(x+y) = logx + logy$ ( )

g) $sen5x = 5senx$ ( )

h) $x^5 - x^2 = x^3$ ( )

i) $\frac{0}{8} = 0$ ( )

j) $\frac{2}{0} = No\ esta\ definido$ ( )

k) $\frac{2}{0} = 2$ ( )

l) $\frac{2}{3}x = \frac{2}{3x}$ ( )

m) $sen^2\ 30° = sen\ (30°)^2$ ( )

19. El resultado de $3(x+2)^2$ es:

a)$(3x+6)^2$ b) $3x^2 + 12x + 12$ c) $3x^2 + 36$ d)$Otra$__________

20.Una expresión equivalente a $\frac{(x+1)(2x-3)+(x^2+3)}{(x+1)}$ es:

a)$(2x-3) + (x^2+3)$ b)$(2x-3) + \frac{(x^2+3)}{(x+1)}$

21.La correcta factorización de $x^2 - 9$ es:

a)$(x+3)(x-3)$ b)$(x-3)(x-3)$ c)$(x+3)(x+3)$ d)$(x+9)(x-9)$

G R A C I A S