

# Experiencias docentes

## Auto-creación de problemas para la resolución de sistemas de ecuaciones en Matemáticas

### Self-creation of problems for solving systems of equations in Mathematics

Óscar Jesús Falcón Ganfornina

Revista de Investigación



Volumen VIII, Número 1, pp. 015-030, ISSN 2174-0410

Recepción: 1 Sep'17; Aceptación: 31 Ene'18

1 de abril de 2018

#### Resumen

Este trabajo presenta una experiencia en el aula que intenta conseguir motivar al alumnado de 3º y 4º de ESO en la asignatura de Matemáticas Aplicadas. Nuestro objetivo es conseguir que los alumnos diseñen sus propios problemas de texto para trabajar el contenido de la resolución de sistemas de ecuaciones. Se verán algunos de estos problemas creados por el alumnado, así como algunas propuestas de mejora para esta dinámica de trabajo.

**Palabras Clave:** Experiencia, creación, problemas, sistemas, ecuaciones, matemáticas.

#### Abstract

This paper presents an experience in the classroom that tries to motivate the students of 3rd and 4th of ESO from Applied Mathematics. Our goal is to get the students to develop their own problems to practice with the solution of systems of equations. The paper shows some of these problems created by the students, as well as some improvement proposals for this work.

**Keywords:** Experience, creation, problems, systems, equations, mathematics

## 1. Introducción

Esta experiencia se ha realizado en los cursos de 3º y 4º de ESO (Educación Secundaria Obligatoria) en la asignatura de Matemáticas Aplicadas, en el curso 2016/17. El objetivo de la experiencia es practicar la resolución de sistemas de ecuaciones mediante problemas de texto, mediante la auto-creación de problemas de texto (Fernández Bravo y Barbarán Sánchez 2015).

Las fases seguidas en esta experiencia han sido las siguientes:

- Aprendizaje/ Recordatorio de los distintos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones.
- Uso de las nuevas tecnologías para una adecuada consolidación de los métodos.
- Resolución de problemas de texto con distintos enfoques.
- Creación de problemas de texto por parte del alumnado.

Como motivación a la creación de los problemas de texto, se informa al alumnado que uno de los problemas creados por ellos será incluido en la prueba escrita de la unidad didáctica. Además, se valorará positivamente la entrega de estos problemas, sumando medio punto en la prueba escrita de esta unidad didáctica.

A lo largo del artículo se irán detallando en qué consisten cada una de estas fases. Se podrá ver en el último punto algunos de los problemas creados por el alumnado.

## 2. Aparición de problemas de texto en el aula de Matemáticas

Existe mucha literatura y existen muchos autores que intentan dar la definición perfecta del concepto de problema en matemáticas. Podemos ver en el trabajo de Blanco Nieto et al. (2015), o en el de Salinas y Sgreccia (2017) un amplio trabajo del concepto de problema. La finalidad del artículo no es continuar ningún debate sobre ello. Vamos a tomar una posible definición. Consideraremos que un problema en matemáticas es una situación que supone una meta que debe ser alcanzada, donde existen distintos obstáculos que requieren del uso de herramientas matemáticas para solventarlos.

Sea con esta definición u otra que encaje en nuestra visión de un problema en matemáticas, debemos fijarnos que el propio texto de la LOMCE indica que “las matemáticas se aprenden utilizándolas en contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida diaria, para ir adquiriendo progresivamente conocimientos más complejos a partir de las experiencias y los conocimientos previos”. Añade además que “los procesos de resolución de problemas constituyen uno de los ejes principales de la actividad matemática y deben ser fuente y soporte principal del aprendizaje”.

Ahora bien, cuando un docente lleva al aula un problema de texto, se suele enfrentar a alumnos que rechazan de manera inmediata su resolución. Cada alumno puede tener sus propias razones para ese rechazo al intento de resolver problemas en nuestra asignatura. Entre los motivos más habituales se hallan la incomprensión del texto del problema (bajo nivel en competencia en comunicación lingüística), el no haber adquirido los contenidos matemáticos necesarios de manera correcta (bajo nivel en competencia matemática), o la falta de herramientas elementales en la resolución de cualquier tipo de cuestión matemática, ya no solo en el ámbito de los problemas matemáticos (bajo nivel en competencia para aprender a aprender). Debemos, por tanto, intentar llevar la resolución de problemas a nuestra aula sin generar esa sensación de repulsa ante este tipo de contenido.

Ocurre lo siguiente. Abordamos un problema en alguna de las sesiones de nuestras unidades didácticas, que suele provenir del libro de texto con el que estemos trabajando. Nos enfrentamos así a enunciados típicos que van apareciendo curso tras curso. Los propios alumnos se dan cuenta, y ya comienzan a recordar que en años anteriores ellos no fueron capaces de resolverlos. Es más, ellos nos llegan a confirmar que muchos de estos problemas

están muy forzados en su redacción y en su contextualización. Se habla de situaciones extrañas, que no se encuentran en su día a día, o que directamente no les suele interesar.

Nuestra meta es llevar al aula la resolución de problemas de una manera distinta, utilizando una dinámica diferente, que se salga de la habitual sesión de problemas de texto. Vamos a fijar un par de objetivos: hacer ver al alumnado la dificultad real de la confección de un problema a partir de un contenido matemático; así como intentar conseguir que sean ellos los que traten ese contenido de manera que sí les interese la contextualización del problema. Buscamos conseguir que ellos sean los protagonistas de su aprendizaje (Sempere Ripoll y Rodríguez Villalobos, 2015).

Aunque estos sean nuestros objetivos deseados, la realidad que nos vamos a encontrar cuando finalicemos la actividad es que muchos de los alumnos se van a conformar con la adaptación de los ejemplos vistos. Van a cambiar los precios, los artículos en venta o los animales de la granja, pero no van a rebuscar entre sus intereses para diseñar un problema. Es posible que las características de los grupos con los que se ha trabajado tengan algo que ver. Las prisas, y la necesidad de acabar rápido con la tarea influyen demasiado. Pero en el momento en el que uno de nuestros alumnos se aproxime a los objetivos marcados, lo remarcaremos, tiraremos de su trabajo, e iniciaremos un camino que podrá ser seguido por sus compañeros.

No obstante, al final se evaluó la dinámica y se intentó generar algunas propuestas de mejora para futuros cursos. Se concluyó que una posible forma de resolver estos fallos mencionados sería la realización de un estudio previo de los intereses del alumnado. Con dichos intereses, deberíamos ser nosotros, como docentes, los que confeccionáramos unos primeros ejemplos que traten esos temas, que sirvan de base para su trabajo posterior.

### **3. Aprendizaje de los métodos de resolución y uso de las nuevas tecnologías**

El contenido matemático con el que se decidió realizar la dinámica de auto-creación de problemas de texto fue el de la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

Los sistemas de ecuaciones se empiezan a trabajar en el 2º curso de la Educación Secundaria Obligatoria. Dicha unidad didáctica se suele comenzar a continuación de la unidad de resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas. Por tanto, también debemos recordar que la resolución de ecuaciones lineales se empieza a realizar en el curso anterior de 1º de ESO. Una experiencia con la que trabajar nos la da Rodríguez González (2016) para estos contenidos.

En resumen, el alumno que consigue adquirir de manera correcta los contenidos propios de nuestra asignatura hasta ese momento, llega a la unidad de sistemas de ecuaciones conociendo los algoritmos básicos de resolución de ecuaciones.

Se debe recordar que la práctica que se expone en este artículo fue destinada a los cursos de 3º y 4º de ESO, con la opción de Matemáticas Aplicadas. Más adelante se detallará el contexto de estos grupos. Sin embargo, se puede adelantar que el alumnado objetivo se caracteriza por un bajo nivel en la materia, una escasa capacidad de asimilación de contenidos y una insuficiente motivación de estudio y trabajo académico.

Podríamos acudir a distintas dinámicas propias del aprendizaje colaborativo, que se presta muy bien a ser usado en este tipo de grupos. No obstante, debido al contenido con el que vamos

a trabajar, se prefirió utilizar las nuevas tecnologías. De modo que para adquirir los conocimientos básicos y facilitarles el trabajo posterior, los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones se llevaron al aula a través de applets de GeoGebra. Estos applets los podemos encontrar en la web Matematicaula, y son los siguientes.

El método de sustitución lo encontramos en:  
<http://matematicaula.com.es/nejercicio.php?ejercicio=metodosustitucion2&cargar=1&tprefer=1>



Figura 1. Applet de GeoGebra para el método de sustitución.

El método de igualación lo encontramos en:  
<http://matematicaula.com.es/nejercicio.php?ejercicio=metodoigualacion2&cargar=1&tprefer=1>



Figura 2. Applet de GeoGebra para el método de igualación.

Y el método de reducción lo encontramos en:  
<http://matematicaula.com.es/nejercicio.php?ejercicio=metodoreduccion2&cargar=1&tprefer=1>

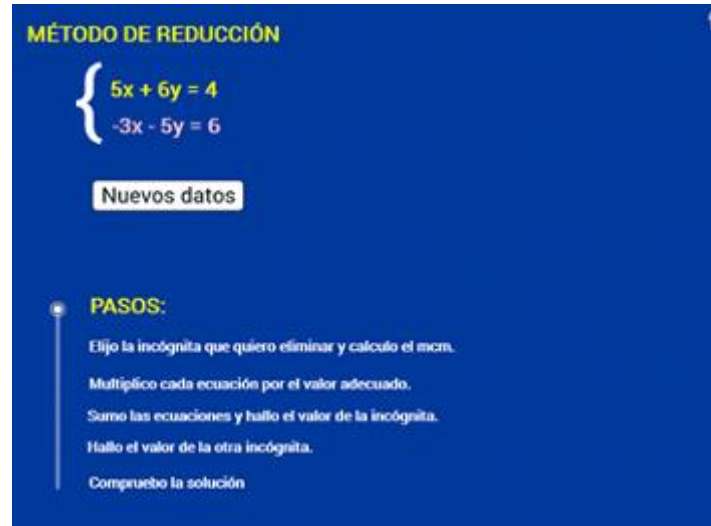


Figura 3. Applet de GeoGebra para el método de reducción.

Estos applets siguen la dinámica de actividades resueltas mediante razonamientos guiados y uso de variables aleatorias. Esto quiere decir que, en cada applet nos encontramos un deslizador con el que iremos avanzando paso a paso a través del algoritmo de resolución, que cada uno de los pasos viene indicado mediante una descripción, y que todos los valores que aparecen son aleatorios (por lo que podemos generar infinitud de sistemas de ecuaciones, todos resueltos).

Conseguimos evitar así las excusas del alumnado del tipo: “no sé qué hay que hacer”, “no tenía con qué trabajar”, o “no he hecho nada porque no sabía si estaba bien”. Un alumno descubre rápidamente que usar estas excusas le viene bien, pues devuelve la responsabilidad de su aprendizaje al lado del profesor. Romperles estas excusas es sencillo si, desde un comienzo, hacemos usos de los applets con razonamientos guiados y variables aleatorias.

**MÉTODO DE REDUCCIÓN**

$$\begin{cases} 5x + 6y = 4 \\ -3x - 5y = 6 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \cdot(3) \\ \cdot(5) \end{matrix}} \begin{cases} 15x + 18y = 12 \\ -15x - 25y = 30 \end{cases} \rightarrow x = 8$$

Nuevos datos

$$\begin{matrix} \downarrow \\ -7y = 42 \\ y = -6 \end{matrix}$$

**PASOS:**

- Elijo la incógnita que quiero eliminar y calculo el mcm.
- Multiplico cada ecuación por el valor adecuado.
- Sumo las ecuaciones y hallo el valor de la incógnita.
- Hallo el valor de la otra incógnita.
- Compruebo la solución.

x y mcm = 15

Figura 4. Applet de GeoGebra para el método de reducción, con todos los pasos visibles.

El siguiente paso debe ser la resolución de problemas de texto. Tal como se ha comentado en la sección anterior, es elemental que la elección de los problemas sea meditada por nosotros. Los alumnos van a basar la creación de sus problemas en la batería que hayamos elegido. De modo que, a la hora de elegir los problemas debe prevalecer tanto la temática como la variedad de los mismos.

A continuación, vamos a detallar las características de los grupos con los que se ha trabajado esta dinámica. Se mostrarán distintos problemas creados por los alumnos. En ellos se incluirán algunas observaciones interesantes que nos pueden permitir mejorar la dinámica para cursos posteriores.

#### 4. Problemas creados por alumnado de 3º de ESO (Matemáticas Aplicadas) – 14-15 años

Este es el segundo año que la asignatura de Matemáticas Aplicadas es impartida en el tercer curso de la ESO. Aparece un alumnado que o bien tiene distintas dificultades en el aprendizaje y ya sabe que en su futuro no está la realización del Bachillerato, o bien ha elegido esta vía pensando que va a tener que trabajar menos. El problema principal se encuentra en que estos últimos, quizás, sí decidan hacer Bachillerato. Por tanto, el siguiente curso los alumnos tendrán que pasar a las Matemáticas Académicas y es posible que lleven un desnivel con los demás compañeros.

Existe, por tanto, dos grupos de alumnos con distintas capacidades matemáticas. De hecho, una vez finalizado el curso, se podría añadir un tercer grupo de alumnos: aquellos que para el curso siguiente han decidido abandonar sus estudios en la ESO para realizar un ciclo de Formación Profesional Básica. No obstante, y salvo excepciones, la característica común en todos ellos es la apatía y la desmotivación ante los estudios.

Pues resulta que la dinámica, que recordemos consiste en crear varios problemas y tener la posibilidad de que uno de ellos salga en el examen, hace que participen en mayor grado que en otras actividades propuestas anteriormente en el curso.

A continuación, veremos algunos ejemplos de los problemas creados. Comenzaremos comparando dos problemas similares.

Sara y Cristina tienen entre las dos 54 €. Si Cristina tiene tres veces más que Sara, ¿cuánto dinero tiene cada una?

$x =$  dinero de Sara       $y =$  Dinero de Cristina

$$x + y = 54 \quad \rightarrow \quad x + 3x = 54$$

$$y = 3x \quad \quad \quad 4x = 54$$

$$y = 3 \cdot 14$$

$$y = 42$$

Solución: Sara tiene 14 € y Cristina tiene 42 €

Olivero y Natalia tienen entre las dos 150 €. Calcula los euros que tienen cada uno sabiendo que Natalia tiene el doble

$x =$  dinero de Olivero  
 $y =$  dinero de Natalia

$$x + y = 150 \quad -2y + 2y = 150$$

$$x = 2y \quad \quad \quad 3y = 150$$

$$y = \frac{150}{3} = 50 \quad x = 2 \cdot 50 = 100$$

$100 + 50 = 150$   
 $100 = 2 \cdot 50$

Figura 5. Problemas diseñados por alumnos.

En ambos aparecen dos personas que tienen cantidades distintas de dinero. Para poder resolver el problema se añade una condición que relaciona ambas cantidades. Se habla de “tres veces más” y de “el doble” uno que el otro. Podemos observar en ambos problemas como, al comienzo de la resolución, se indica el dinero de qué persona se corresponde con cada incógnita. También vemos cómo en el segundo problema, el alumno ha comprobado la solución.

En la siguiente imagen nos encontramos una mezcla de los anteriores dos problemas. Las únicas diferencias que existen son los nombres de los protagonistas, y que, en lugar de euros, se habla de libretas.

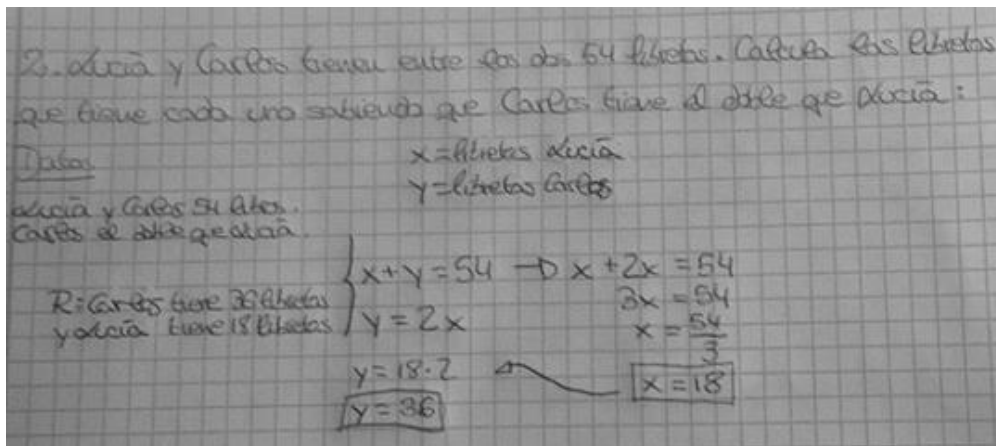


Figura 6. Problema diseñado por alumnos.

Esta misma alumna crea un problema de edades excesivamente enrevesado. Dicho problema nos sirve para hacerles ver la importancia de una correcta redacción, y hacerles imaginar qué ocurriría si en el examen entrase un problema similar.

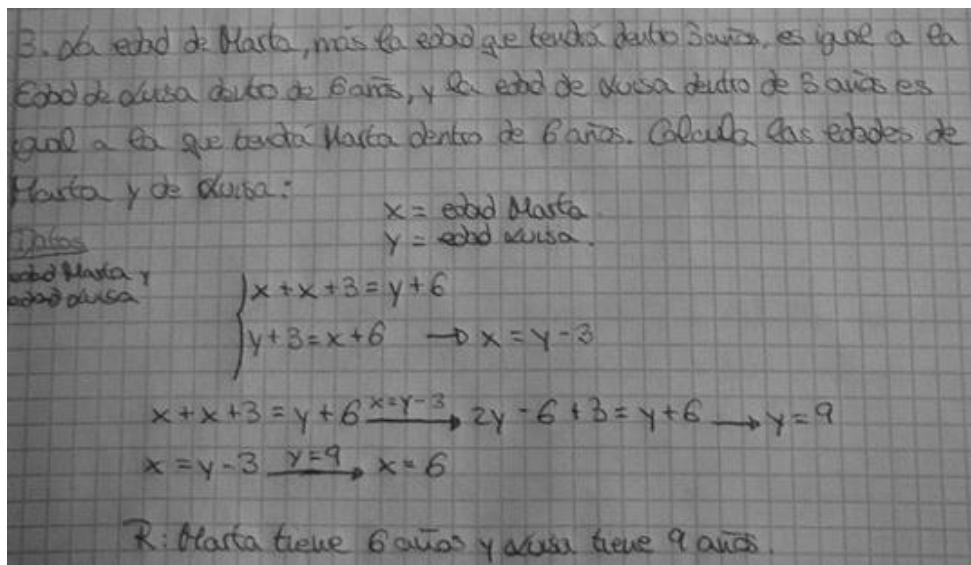


Figura 7. Problema diseñado por alumnos.

Parece en un primer momento que es difícil que el alumnado busque problemas cercanos a sus intereses. Sin embargo, leemos en el siguiente problema de compra de artículos una buena



forma en el que uno de los alumnos ha conseguido relacionar los sistemas de ecuaciones con una tarea frecuente para ellos.

Creo tres problemas de texto sobre sistemas de ecuaciones y resuélvelos.

En el pabullo tres bacas de pato relleno y dos de tortilla cuestan 3 €. Cuatro de tortilla y una de pato relleno ¿cuál es el precio de cada bacata?

$x$ : Precio de pato relleno.  
 $y$ : Precio de tortilla.

Solución: el de pato relleno cuesta 1,80 € y el de tortilla 0,20 €

$$\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x + 4y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 \cdot (5 - 4y) + 2y = 3 \\ 15 - 12y + 2y = 3 \\ -10y = 3 - 15 \\ -10y = -12 \\ y = \frac{-12}{-10} = 1,20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 4y = 5 \\ x = 5 - 4y \\ x = 5 - 4 \cdot 0,20 \\ x = 5 - 0,80 \\ x = 4,20 \end{cases}$$

Figura 8. Problema diseñado por alumnos.

El último problema que vamos a mostrar para este curso, es el que se tomó para el examen. Es una muy buena adaptación del problema del número de patas y cabezas en una granja, o el número de motos y coches en un garaje sabiendo cuántas ruedas hay en total. Esto no significa que este problema tenga ningún atractivo para ellos por el tema tratado, que no es otro que el de muebles con cajones. Pero es de valorar el esfuerzo para realizar esta curiosa adaptación.

1- En una tienda de muebles, María ha vendido tres veces más sillas que muebles con cuatro cajones que muebles con dos cajones. Si entre (los) tienen 56 cajones ¿cuántos vendió de cada tipo?

$x$  = nº muebles cuatro cajones  
 $y$  = nº " " dos cajones.

$$\begin{cases} 4x + 2y = 56 \\ x = 3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4 \cdot 3y + 2y = 56 \\ 14y = 56 \\ y = \frac{56}{14} \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3y \\ x = 3 \cdot 4 \\ x = 12 \end{cases}$$

Solución: Vendió 12 muebles con cuatro cajones y 4 con dos cajones.

Figura 9. Problema diseñado por alumnos.

## 5. Problemas creados por alumnado de 4º de ESO (Matemáticas Aplicadas) – 15-16 años

Me encuentro que el curso de 4º de ESO para las Matemáticas Aplicadas agrupa tanto a alumnos que provienen de la anterior Diversificación Curricular, como a alumnos repetidores. Excepto estos últimos, más de la mitad del grupo tiene la asignatura pendiente del curso anterior.

Se trata, por tanto, de un grupo desmotivado y con unas capacidades matemáticas muy bajas. Por ello, desde un comienzo de curso, se han tratado todos los contenidos como si fuese la primera vez que se trabajan.

Las dificultades encontradas en el desarrollo de nuestra dinámica se deben principalmente a las características que se acaban de indicar. Al utilizar los applets de GeoGebra, y explicarles de forma clara, paso a paso, el algoritmo a seguir, el alumnado interesado consigue resolver sistemas de ecuaciones básicos.

Cuando comenzamos a trabajar con los problemas de texto, fue complicado que ellos tuviesen la confianza de tomar las riendas de la resolución los mismos. Es curioso, pero fue al proponerles la creación de los problemas de texto cuando esto cambió. Los alumnos se arriesgaron, no solo a inventar el texto del problema, sino también a su resolución sin preocuparse de hacerlo bien o mal.

A continuación, vemos algunos ejemplos de los problemas creados. Empezamos con uno de los alumnos más implicados en la asignatura.

En una jaula hay ratas y amíbas. En total suman 60 cabezas y 288 patas. ¿Cuántas ratas y amíbas hay?

$x = n^\circ$  Ratas  
 $y = n^\circ$  Amíbas

$$\begin{cases} x + y = 60 \\ 4x + 8y = 288 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 240 \\ 4x + 8y = 288 \end{cases} \xrightarrow{-2} \begin{cases} 3x + 4y = 240 \\ -4x - 4y = -240 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 3x + 4y = 240 \\ 4x + 8y = 288 \\ \hline -4x - 4y = -240 \end{matrix}$$
$$4y = 48$$
$$y = \frac{48}{4} = 12$$
$$x = 60 - 12 = 48$$

Comprobación:

$$48 + 12 = 60$$
$$4 \cdot 48 + 8 \cdot 12 = 288$$

Solución: Hay 12 amíbas y 48 ratas.

Figura 10. Problema diseñado por alumnos.

Observamos este problema basado en el número de patas. El alumno ha decidido utilizar ratas y arañas. Podemos comprobar que ha asumido los pasos de la resolución: indica qué es cada una de las incógnitas, plantea el sistema, lo resuelve, comprueba e indica la solución.

2) En una chuchería hay 18000 gomitas en bolsas de 12 y 24 unidades.  
¿ Cuántas bolsas hay de cada tipo si en total tienen 250 bolsas?

$x = n^{\circ}$  de bolsas de 12  $\left\{ \begin{array}{l} x + y = 250 \\ 12x + 24y = 18000 \end{array} \right. \xrightarrow{(1) \cdot 12} \left\{ \begin{array}{l} 12x + 12y = 3000 \\ 12x + 24y = 18000 \end{array} \right. \xrightarrow{-(1)} \left\{ \begin{array}{l} -12y = -3000 \\ 12y = 15000 \end{array} \right. \xrightarrow{+}$

$12y = 15000$   
 $y = \frac{15000}{12} = 1250$   
 $y = 1250$

$x + 1250 = 250$   
 $x = 250 - 1250$   
 $x = -1000$

Comprobación  
 $-1000 + 1250 = 250$   
 $12 \cdot (-1000) + 24 \cdot 1250 = 18000$

Solución: hay 1000 bolsas de 12 unidades y hay 1250 bolsas de 24 unidades

Figura 11. Problema diseñado por alumnos.

Este mismo alumno intenta ser original. Plantea un texto relacionado con gominolas. Sigue los mismos pasos que en el anterior problema. Pero comete dos fallos. Primero, no decide con antelación cuáles van a ser el número de bolsas de cada tipo, y hace que sea imposible que con 250 bolsas se pueda alcanzar las 18000 gomitas. Esto hace que la solución para la incógnita  $x$  sea negativa, y al no tener sentido, automáticamente el alumno convierte el -1000 en 1000.

Le pido al alumno que corrija estos errores. Finalmente presenta el siguiente problema.

2) En una chuchería hay 408 gomitas en bolsas de 12 y 24 unidades.  
¿ Cuántas bolsas hay de cada tipo si en total hay 24 bolsas?

$x = n^{\circ}$  de bolsas de 12  $y = n^{\circ}$  de bolsas de 24

$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 24 \\ 12x + 24y = 408 \end{array} \right. \xrightarrow{(1) \cdot 12} \left\{ \begin{array}{l} 12x + 12y = 288 \\ 12x + 24y = 408 \end{array} \right. \xrightarrow{-(1)} \left\{ \begin{array}{l} -12y = -288 \\ 12y = 120 \end{array} \right. \xrightarrow{+}$

$12y = 120$   
 $y = \frac{120}{12} = 10$   
 $y = 10$

$x + 10 = 24$   
 $x = 24 - 10$   
 $x = 14$

Comprobación  
 $14 + 10 = 24$   
 $12 \cdot 14 + 24 \cdot 10 = 408$

Solución: hay 14 bolsas de 12 unidades y hay 10 bolsas de 24 unidades

Figura 12. Problema diseñado por alumnos.

Pasamos a una alumna que proviene de Diversificación Curricular. Elige como primer problema uno basado en la compra de artículos.

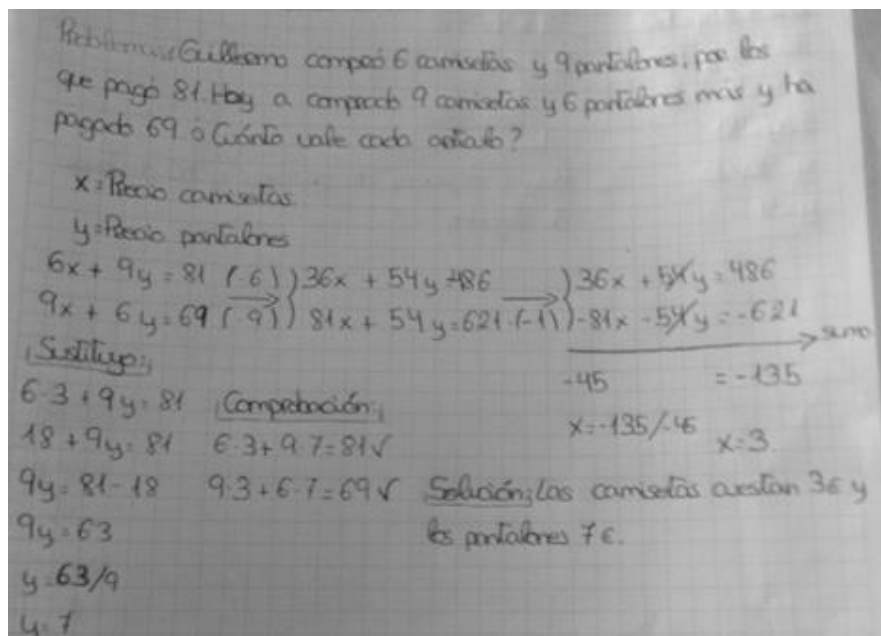
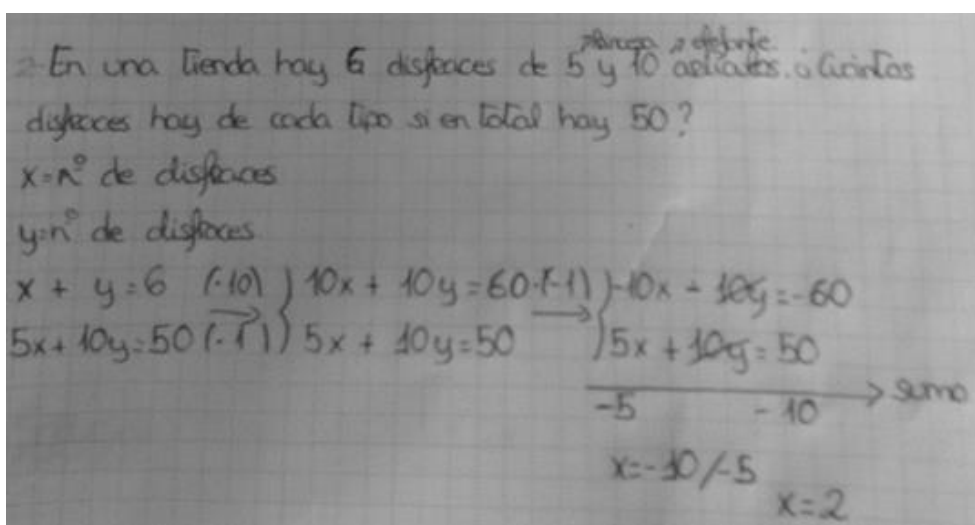


Figura 13. Problema diseñado por alumnos.

Observamos cómo sigue el procedimiento elemental. El diseño del problema es básico. Es curioso cómo elige números altos (seis camisetas y nueve pantalones) y le basta con intercambiar esos dos números en la siguiente condición.

Cuando intenta ser más creativa, adaptando un problema de número de artículos en una tienda, hace lo siguiente:



Sustituyo:  
 $5 \cdot 2 + 10y = 50$   
 $10 + 10y = 50$   
 $10y = 50 - 10$   
 $10y = 40$   
 $y = 40/10$   
 $y = 4$

Comprobación:  
 $2 + 4 = 6 \checkmark$   
 $5 \cdot 2 + 10 \cdot 4 = 50 \checkmark$

Solución:  
 Hay 6 disfraces de princesa y 50 disfraces de elefantes

Figura 14. Problema diseñado por alumnos.

Vemos cómo no es capaz de indicar cuál es el significado de cada una de las incógnitas, cómo en el propio enunciado añade en pequeño el tipo de disfraz, o cómo se contradice en el número final de artículos de la tienda. Esto hace que el planteamiento del sistema de ecuaciones no tenga sentido. Aun así, ella sigue resolviendo el sistema e interpretando las soluciones. Comete un error final. Confunde la solución de la incógnita y con el término independiente de la segunda ecuación.

Terminamos con el siguiente problema. Fue el elegido para el examen. Pertenece a un alumno que empieza a interesarse en la asignatura en la mitad del segundo trimestre. Este alumno tenía la asignatura pendiente de 3º de ESO. Él mismo llega a reconocer que cuando ha empezado a estudiar, los resultados que ha ido obteniendo (en todas las asignaturas, no solo en matemáticas) han mejorado. El problema es el siguiente:

Marcos compra en una tienda 3kg de papas y 1kg de tomates y le cuesta 6,5 €, pero Pepe compra 2kg de papas y 2kg de tomates y le cuesta 7 € en su misma tienda. ¿Cuánto cuesta cada kilo de tomate y de papas?

$x = \text{precio de 1kg de papas}$   
 $y = \text{precio de 1kg de tomates}$

$3x + y = 6,5$   
 $2x + 2y = 7$

$-6x + 2y = -13$   
 $\frac{2x + 2y = 7}{-4x = -6}$   
 $x = \frac{-6}{-4}$   
 $x = 1,5$

Comprobación:  
 $3 \cdot 1,5 + 2 = 6,5$   
 $2 \cdot 1,5 + 2 \cdot 2 = 7$

Solución:  
 1,50€ cuesta el kilo de papas y 2€ el kilo de tomates

Figura 15. Problema diseñado por alumnos.

El interés del problema reside en el uso de números decimales. El alumno es el que asigna a la incógnita  $x$  el valor 1,50. Se puede observar cómo, a diferencia de los otros alumnos del grupo, este multiplica una ecuación por  $-2$  para cambiar directamente el signo de la ecuación.

Este mismo alumno se atreve a inventar el siguiente problema con el que relaciona las dos variables indicando que una es la sexta parte de la otra.

En un bar de comida rápida, compramos 6 pollos asados y 2 bolsas de patatas fritas. Sabiendo que el precio del pollo es seis veces mayor al de las patatas y que en total pago 38 €. ¿Cuánto cuesta cada elemento?

$x$  = precio del pollo asado  
 $y$  = precio de la bolsa de patatas

$$6x + 2y = 38$$

$$x = 6y$$

$$6x + 2y = 38$$

$$x - 6y = 0 \quad (-6)$$

$$\frac{6x + 2y = 38}{-6x + 36y = 0}$$

$$38y = 38$$

$$y = \frac{38}{38}$$

$$y = 1$$

Sustitución:

$$6x + 2y = 38$$

$$6x + 2 = 38$$

$$6x = 38 - 2$$

$$x = \frac{36}{6} \rightarrow x = 6$$

Comprobación:

$$6 \cdot 6 + 2 = 38 \checkmark$$

$$6 = 6 \cdot 1 \checkmark$$

Solución:

pollo asado vale (6€ cada uno)  
 bolsa de patatas vale (1€ cada una)

Figura 16. Problema diseñado por alumnos.

## 6. Conclusiones finales

De manera natural, el profesorado de matemáticas intenta mejorar su metodología para conseguir facilitar el aprendizaje del alumno. Ocurre que, a veces, por falta de tiempo o ganas, no indagamos en la búsqueda de estas mejoras.

Una vez que nos atrevemos a innovar en nuestra aula y llevar algo distinto, lo agradecen los alumnos y, aunque pensemos que no ha merecido la pena el esfuerzo, con el tiempo también lo agradeceremos nosotros. Puede que en el primer intento fallemos, pero, al igual que nuestro alumnado, no debemos rendirnos tan fácilmente.

En la dinámica de auto-creación de problemas no se obtuvieron los resultados esperados en todos los alumnos, pero todo el trabajo realizado no fue tiempo perdido. Tal como se ha comentado a lo largo del artículo, los alumnos tuvieron una nueva motivación para trabajar con los sistemas de ecuaciones que en cursos anteriores no adquirieron. No todos los problemas creados tuvieron las características que se exigían. Pero el hecho de que alumnos, que ni siquiera antes hubiesen intentado resolución alguna, se esforzaran en adaptar un problema ya resuelto y hallar su solución, es suficiente para decidir repetir la experiencia en cursos posteriores.

## Referencias

- [1] BLANCO NIETO, Lorenzo Jesús, CÁRDENAS LIZARAZO, Janeth Amparo y CABALLERO CARRASCO, Ana. *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria*. Cáceres. Universidad de Extremadura, 2015.
- [2] FERNÁNDEZ BRAVO, José Antonio y BARBARÁN SÁNCHEZ, Juan Jesús. *Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática*. Editorial Arco/Libros-La Muralla S.L., Madrid, 2015.
- [3] RODRÍGUEZ GONZÁLEZ, Javier. *El Álgebra no puede esperar*. Revista Números 93, pp. 131-139, 2016.
- [4] SALINAS, Natalia y SGRECCIA, Natalia. *Concepciones docentes acerca de la Resolución de Problemas en la escuela secundaria*. Revista Números 94, pp. 23-45, 2017.
- [5] SEMPERE RIPOLL, Francisca y RODRÍGUEZ VILLALOBOS, Alejandro. *El alumno como protagonista de su propio aprendizaje*. INNODOCT 3rd International Conference on Innovation, Documentation and Teaching Technologies. Universitat Politècnica de València, 2015.

### Sobre el autor:

Nombre: Óscar Jesús Falcón Ganformina

Correo Electrónico: oscfalgan@yahoo.es

Institución: Departamento de Matemáticas, IES San Pablo, Sevilla, España.

