

## Investigación.

# Arquitectura paramétrica discreta: exploración en el ámbito de la geometría ortogonal

## Discreet Parametric Architecture: an exploration in the realm of Orthogonal Geometry

Oscar del Castillo Sánchez

Revista de Investigación



Volumen III, Número 2, pp. 049–076, ISSN 2174-0410

Recepción: 1 Jul'13; Aceptación: 15 Mar'14

1 de octubre de 2013

### Resumen

La idea de arquitectura paramétrica tiene una vertiente instrumental en el uso de software orientado a la gestión de la información del proyecto arquitectónico, en particular cuando se emplean geometrías complejas. Sin embargo, la idea de que la forma, sin importar su geometría, esté matemáticamente definida mediante un número limitado de parámetros puede ser de gran alcance en lo que se refiere a las posibilidades de generación de variaciones por modificación de dichos parámetros, manipulación de la forma en procesos de optimización y por la relación entre las estructuras matemático-formales producidas y la idea clásica de unidad formal de la obra de arte.

**Palabras Clave:** Arquitectura paramétrica, retículas espaciales, patrones, forma.

### Abstract

The idea of parametric architecture has an instrumental side in the use of software oriented to the management of the information of the architectural project, in particular when complex geometries are involved. But the idea of defining form, regardless its geometry, by means of a limited number of parameters can be far reaching on account of the possibilities of generating variations by the modification of these parameters, the manipulation of form in optimization processes and the relation between the mathematical-formal structures generated and the classical concept of formal unity in a work of art.

**Keywords:** Parametric architecture, space grids, patterns, form.

## 1. Introducción:

Una de las consecuencias del uso del ordenador en la práctica del diseño arquitectónico ha sido el desarrollo de la llamada “arquitectura paramétrica”, la cual consiste,

a grandes rasgos, en el uso de modelos informáticos del proyecto tanto en la concepción como en la representación y materialización de edificios y sus componentes.

En este momento, la actividad en el ámbito de la arquitectura paramétrica abarca, por un lado, la reflexión teórica acerca de las posibilidades de este nuevo paradigma, como puede encontrarse por ejemplo en [1], y por otro, en el desarrollo de proyectos arquitectónicos que, haciendo uso del software especializado correspondiente, trata de explotar las posibilidades formales que, tanto a nivel de diseño como de construcción, estas nuevas herramientas permiten.

Hay, sin embargo, un aspecto poco explorado de las posibilidades de la idea de arquitectura paramétrica: la analogía entre la idea clásica de unidad formal –idea de unidad de naturaleza esencialmente matemática-, y la forma concebida desde un punto de vista paramétrico y algorítmico.

En este sentido, el nuevo paradigma proporcionaría una poderosa herramienta para pensar la forma, no solo las superficies de doble curvatura de las últimas arquitecturas sino también las formas ortogonales que conforman la mayoría de los edificios que se construyen. Esta auto-limitación en la aplicación del método a formas aparentemente convencionales pretende demostrar la relevancia de la idea de arquitectura paramétrica para toda actividad de concepción formal, con independencia de la naturaleza de las formas utilizadas.

Lo que aquí se propone es ensayar y apuntar, mediante algunos ejemplos, líneas concretas de desarrollo de estas ideas, en una especie de serialismo formal que busca resultados análogos a los obtenidos en otros ámbitos, en especial el de la música contemporánea.

## 2. Retículas espaciales

*Observación: en el apéndice al final del presente trabajo se incluye la representación gráfica en planta y alzado de los proyectos de los cuales se han tomado las redes espaciales utilizadas aquí como ejemplo, mostrando la correspondencia entre la retícula espacial descrita y la realidad arquitectónica de la que esta se abstrae.*

Cuando en el proyecto arquitectónico se hace uso de una geometría ortogonal y de las proyecciones planta / alzado / sección para su representación, la forma se define con frecuencia mediante una configuración de ejes o planos orientados en las direcciones de los tres ejes coordenados, una retícula o malla tridimensional que pauta el espacio y en referencia a la cual se disponen los elementos que integran la forma. Esta retícula, que en principio tiene un carácter meramente instrumental, facilitando tanto el control del proyecto como la transmisión de la información necesaria para su construcción, se convierte en última instancia en una herramienta de concepción de la forma [2], por cuanto permite definir a priori condiciones acerca de las relaciones dimensionales y formales entre distintas partes del proyecto. La malla espacial es por tanto un instrumento para pensar la forma.

Desde el punto de vista de la arquitectura paramétrica, las dimensiones que definen la retícula espacial del proyecto pueden ser consideradas como otros tantos parámetros que definen la forma y por tanto el universo de las posibles retículas espaciales constituye un espacio de configuraciones.

El caso más sencillo de retícula espacial es la retícula cúbica, que consiste en la repetición, según las tres direcciones del espacio, de una celda unidad cúbica (es decir, aquella celda en que sus tres lados miden lo mismo). En la fig. 1 se muestra el ejemplo de una retícula cúbica de 5 celdas en dirección X, 3 celdas en dirección Y y 1 celda en dirección Z.

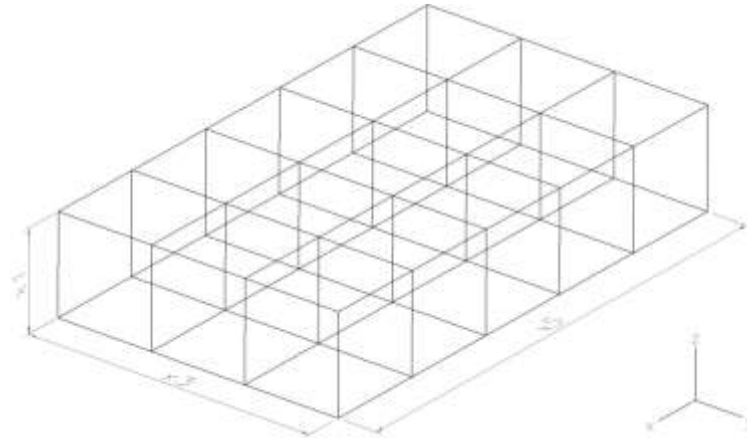


Figura 1. Ejemplo de retícula espacial cúbica de 5 x 3 x 1 celdas.

Este tipo de retícula es muy habitual en edificios de toda índole; se pueden citar como ejemplos el proyecto de Mies van der Rohe para el Convention Hall de Chicago [3], la iglesia Bagsvaerd en Copenhague, de Jorn Utzon [4], o el Pabellón de Cristal de la Casa de Campo de Madrid, de Francisco de Asís Cabrero et. al. [5].

La definición de esta forma requiere al menos cuatro parámetros ( $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$ ,  $K$ ) correspondiéndose estos al número de celdas en las direcciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y a la dimensión de la celda cúbica unidad, respectivamente. El universo de las retículas cúbicas posibles constituye por tanto un espacio de configuraciones de 4 dimensiones. Así, en el caso mencionado del Convention Hall de Mies van der Rohe, la retícula espacial sería:

$$n_x = 24; n_y = 24; n_z = 4; K = 30' (914,4 \text{ cm}).$$

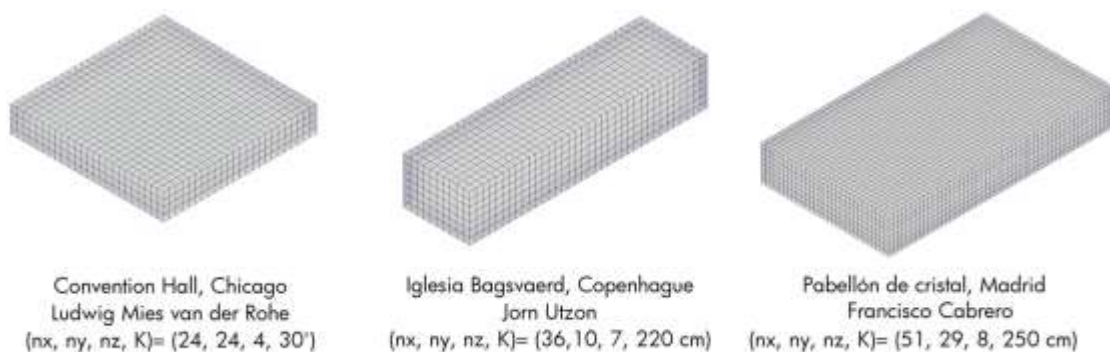


Figura 2. Representación gráfica de las retículas espaciales de los edificios mencionados.

Este es un edificio de 720 x 720 pies en planta (24 tramos de 30' cada uno en cada dirección) y 110 pies en alzado ( $\approx 4$  tramos de 30'). En la iglesia Bagsvaerd: ( $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$ ,  $K$ ) = (36, 10,  $\approx 7$ , 220 cm) y en el Pabellón de la Casa de Campo (solo la caja de vidrio): ( $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$ ,  $K$ ) = (51, 29,  $\approx 8$ , 250 cm). A los efectos de este estudio se descartan, para simplificar en primera aproximación, las pequeñas desviaciones de nuestro esquema en la retícula, como es el caso

de dimensiones distintas en tramos extremos. Una sección en tres dimensiones del espacio de configuraciones para  $K =$  constante para los tres casos anteriores sería tal y como se muestra en la fig. 3.

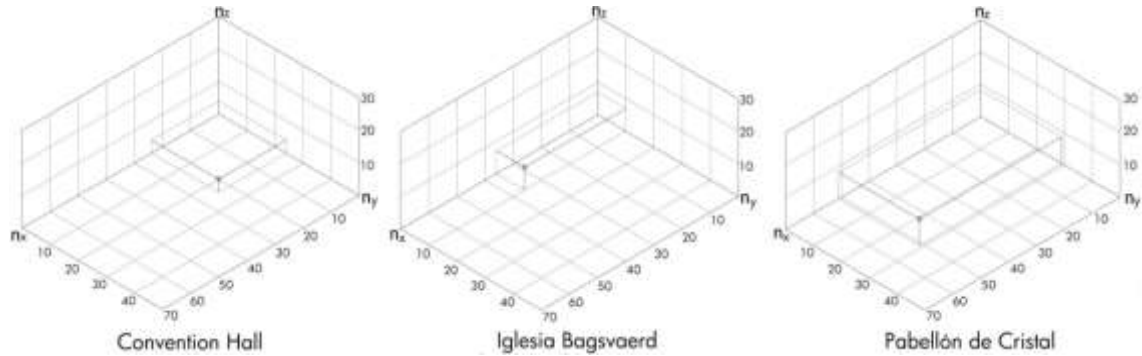
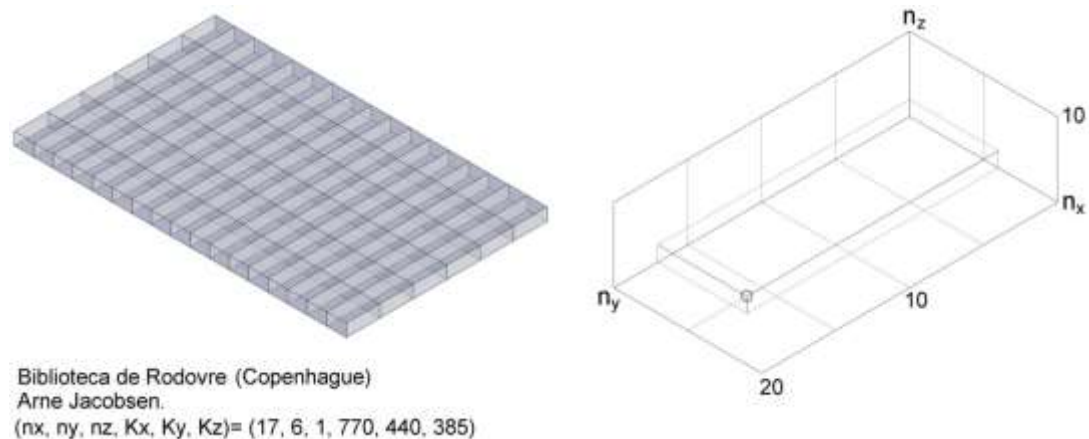


Figura 3. Sección tridimensional del espacio de configuraciones de redes espaciales cúbicas para un valor de  $K$  (lado de la celda unidad) determinado. Posición en el espacio de configuraciones de cada uno de los ejemplos dados.

Si en lugar de una celda cúbica se parte de una celda ortoédrica con sus tres lados distintos, cada configuración quedará definida por seis parámetros:  $(n_x, n_y, n_z, K_x, K_y, K_z)$ , correspondiendo éstos al número de celdas en las direcciones  $x, y, z$  más la dimensión de la celda unidad en cada una de las direcciones anteriores. Por tanto, el espacio de configuraciones correspondiente será de dimensión 6, y al igual que en el caso anterior podrán realizarse secciones tridimensionales de dicho espacio fijando algunos parámetros.

Un ejemplo de este tipo de retícula sería la biblioteca de Rodovre en Copenhague, de Arne Jacobsen [6], en que:  $(n_x, n_y, n_z, K_x, K_y, K_z) = (17, 6, 1, 440, 770, 385)$ , con valores de  $K$  en centímetros (fig. 4).



Biblioteca de Rodovre (Copenhague)  
Arne Jacobsen.  
 $(n_x, n_y, n_z, K_x, K_y, K_z) = (17, 6, 1, 770, 440, 385)$

Figura 4. Red espacial correspondiente a la biblioteca de Rodovre; ejemplo de repetición de celdas ortoédricas en las tres direcciones del espacio con lados de dimensiones diversas. Sección del espacio de configuraciones para  $(K_x, K_y, K_z) = (770, 440, 385)$ .

Es frecuente en el diseño arquitectónico que los valores de  $K$  estén ligados entre sí mediante relaciones de proporcionalidad. Por ejemplo, aun cuando la retícula consista en una cuadrícula en planta ( $K_x = K_y$ ), la dimensión vertical  $K_z$  puede ser distinta a las dos anteriores aunque proporcional a ellas, es decir:  $K_x = K_y = c \cdot K_z$ . Valores habituales en la arquitectura del

clasicismo para  $c$  son: 2 (doble cuadrado en alzado),  $\varphi \approx 1,618$  (sección áurea),  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ , o bien relaciones fraccionarias como 3:2, 5:3, etc., de modo que la retícula queda definida del modo:  $(n_x, n_y, n_z, K, K, c*K)$  o en el caso más general  $(n_x, n_y, n_z, K, c_y*K, c_z*K)$ , aunque no se produce aquí reducción en el número de parámetros.

Como ejemplo de lo anterior puede tomarse, de entre muchos otros, la biblioteca universitaria en Salamanca, obra de Carlos Punte [7], en que la estructura principal se inscribe en una cuadrícula de 615 x 615 cm y una distancia entre ejes de forjados de 357 cm. Por tanto:  $(n_x, n_y, n_z, K, K, c*K) = (8, 5, 5, 615, 615, 357)$ , donde  $c = 615 / 357 = 1,737 \approx \sqrt{3}$  (fig. 5). En este caso, del uso de la proporción  $\sqrt{3}$  permite que los rectángulos definidos en alzado por la estructura porticada sean subdivisibles en tres rectángulos verticales cuya proporción es a su vez  $\sqrt{3}$ , ya que el rectángulo de proporción  $1:\sqrt{n}$  es subdivisible en  $n$  rectángulos semejantes a él (a este respecto, ver el alzado mostrado en el apéndice).

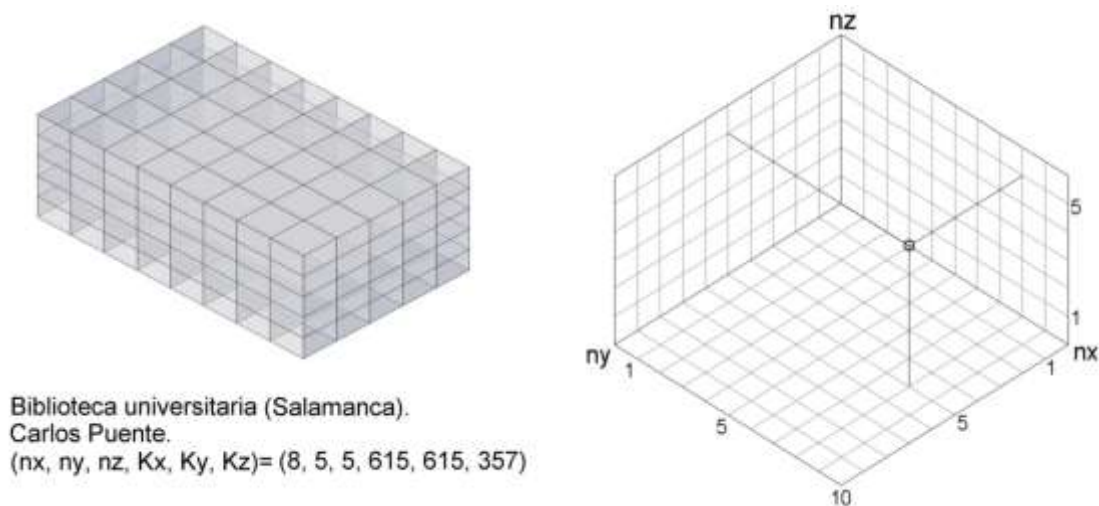
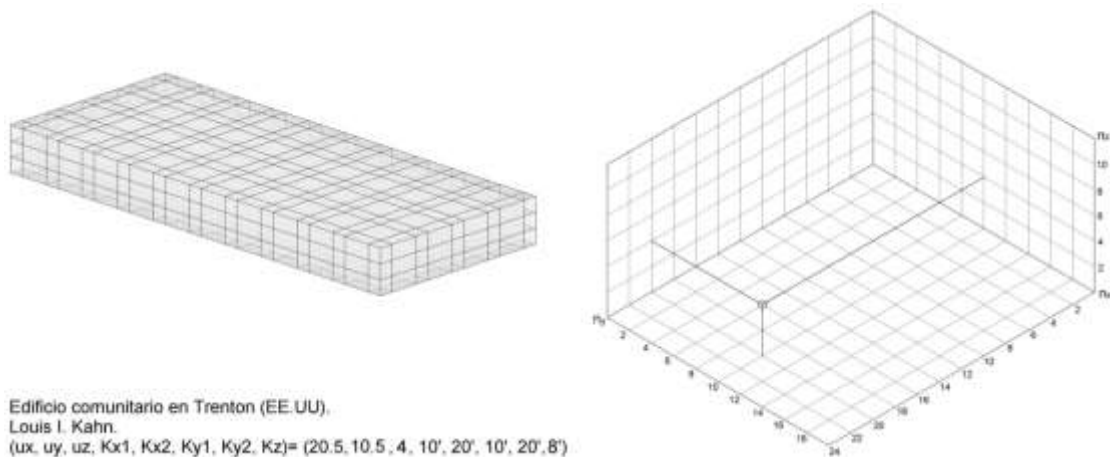


Figura 5. Red espacial correspondiente a la biblioteca de Salamanca; ejemplo de repetición de celdas ortoédricas en las tres direcciones del espacio con lados de dimensiones ligadas entre sí. Sección del espacio de configuraciones para  $(K_x, K_y, K_z) = (615, 615, 357)$ , con:  $(n_x, n_y, n_z) = (8, 5, 5)$ .

Esto en cuanto a la repetición pura de celdas iguales en las tres direcciones del espacio; sin embargo, también son posibles otras combinaciones como es la alternancia de dos medidas en cada dirección del espacio, lo que podría denotarse:  $(n_x, n_y, n_z, K_{x1}, K_{x2}, K_{y1}, K_{y2}, K_{z1}, K_{z2})$ , en cuyo caso se necesitan 9 parámetros para definir la retícula. Tal es el caso del proyecto de Louis Kahn para el centro comunitario de Trenton [8], en que:  $(n_x, n_y, n_z, K_{x1}, K_{x2}, K_{y1}, K_{y2}, K_z) = (20 \frac{1}{2}, 10 \frac{1}{2}, 4, 10', 20', 10', 20', 8')$ ; los valores fraccionarios de  $n$  dan cuenta del hecho de que la retícula comience y termine con la misma dimensión. En este caso no se produce alternancia en dirección OZ (fig. 6).

Este es un tipo de retícula muy característico de la arquitectura Beaux-Arts, en que los espacios de circulación y servicio tienden a ocupar las bandas de dimensión menor de la retícula. Una derivación de esto es la retícula del tipo "tartán" (en referencia a los tejidos de las faldas escocesas), basada en una alternancia de dimensiones que por sus propiedades métricas es a priori adecuada para albergar los usos a incluir en el edificio.



Edificio comunitario en Trenton (EE.UU).  
Louis I. Kahn.  
( $n_x, n_y, n_z, K_{x1}, K_{x2}, K_{y1}, K_{y2}, K_z$ ) = (20.5, 10.5, 4, 10', 20', 10', 20', 8')

Figura 6. Red espacial correspondiente al centro comunitario en Trenton: ( $n_x, n_y, n_z, K_{x1}, K_{x2}, K_{y1}, K_{y2}, K_z$ ) = (20 ½, 10 ½, 4, 10', 20' 10', 20', 8'); espacio de configuraciones para los K dados.

Pueden definirse casos intermedios en que se presenta una alternancia de dimensiones solo en planta, con repetición simple en alzado, quedando ( $n_x, n_y, n_z, K_{x1}, K_{x2}, K_{y1}, K_{y2}, K_z$ ) u 8 parámetros -como en el ejemplo anterior-, o a la inversa, repetición pura en planta y alternancia en alzado, o sea: ( $n_x, n_y, n_z, K_x, K_y, K_{z1}, K_{z2}$ ), y 7 parámetros.

La generalización de lo anterior conduce a aquellas retículas en que se repite, en cada dirección del espacio, una secuencia de dimensiones que forman una serie, pudiendo denotarse de la forma: ( $n_x, n_y, n_z, (K_{x1}, K_{x2}, \dots, K_{xi}), (K_{y1}, K_{y2}, \dots, K_{yj}), (K_{z1}, K_{z2}, \dots, K_{zk})$ ); sin embargo, en arquitectura moderna no son frecuentes retículas tan complejas ya que desde el punto de vista funcional pueden implicar una reducción de la flexibilidad de uso.

## 2.1 Exploración del espacio de configuraciones

Los casos anteriores cubren un amplio subconjunto del universo de las redes espaciales posibles, y si bien las retículas de proyectos reales pueden ser más complejas e incluir excepciones e irregularidades de todo tipo en orden a responder a requerimientos del programa o del contexto, lo dicho sirve ante todo para mostrar el modo en que el esqueleto dimensional del proyecto -lo que se ha llamado retícula o malla espacial- puede representarse paramétricamente, constituyendo la base para ulteriores transformaciones formales.

En orden a simplificar el proceso de generación de variaciones, supondremos que sólo determinadas dimensiones son válidas en el proyecto, lo que convierte el espacio de configuraciones en discreto en vez de continuo. Esto equivale al uso de una gama o escala predefinida de dimensiones, que puede o no estar constituida por múltiplos de un módulo básico. Posiblemente, el ejemplo más conocido de escala dimensional lo constituya el Modulor, de Le Corbusier, escala que no tiene carácter modular sino que se basa en la serie de Fibonacci, aprovechando sus propiedades aditivas [9].

Aquí se utilizará la serie dimensional generada por el módulo de 60 cm, que es ampliamente utilizada en proyectos contemporáneos, bien entendido que esto se trata de una simplificación de cara al ejercicio a realizar. La serie constará de los siguientes miembros: S=

{60, 120, 180, 240, 360, 540, 600, 660, 720, 780, 840, 900, 960...} (unidades en cm). Partiendo de esta escala se generará automáticamente, a modo de ejemplo, una serie de 16 redes espaciales que constituyen posibles estructuras geométricas para un mismo proyecto arquitectónico (fig. 7).

Para ello se mantienen constantes los valores  $(n_x, n_y, n_z, K_z)$  donde  $(n_x, n_y) = (7, 5)$ , y el valor de  $(n_z, K_z)$  se supondrá irrelevante. Los parámetros que se hacen variar son  $(K_{x1}, K_{x2}, K_{y1}, K_{y2})$ , si bien  $K_{x1}$  y  $K_{x2}$  por un lado y  $K_{y1}$  y  $K_{y2}$  por otro son variables ligadas entre sí de modo que  $K_{x1} + K_{x2} = 1200$  cm y  $K_{y1} + K_{y2} = 1200$  cm. Por tanto, aunque el espacio de las variaciones resultantes es en principio de dimensión 4, dado que las medidas en cada dirección están ligadas dos a dos este espacio puede representarse en un plano (fig. 8).

De este modo es posible generar sistemáticamente las posibles redes espaciales asociadas a un proyecto determinado y a la escala dimensional que se considera adecuada al problema en cuestión. Una vez generadas será igualmente posible manipular estas redes espaciales mediante algoritmos predefinidos.

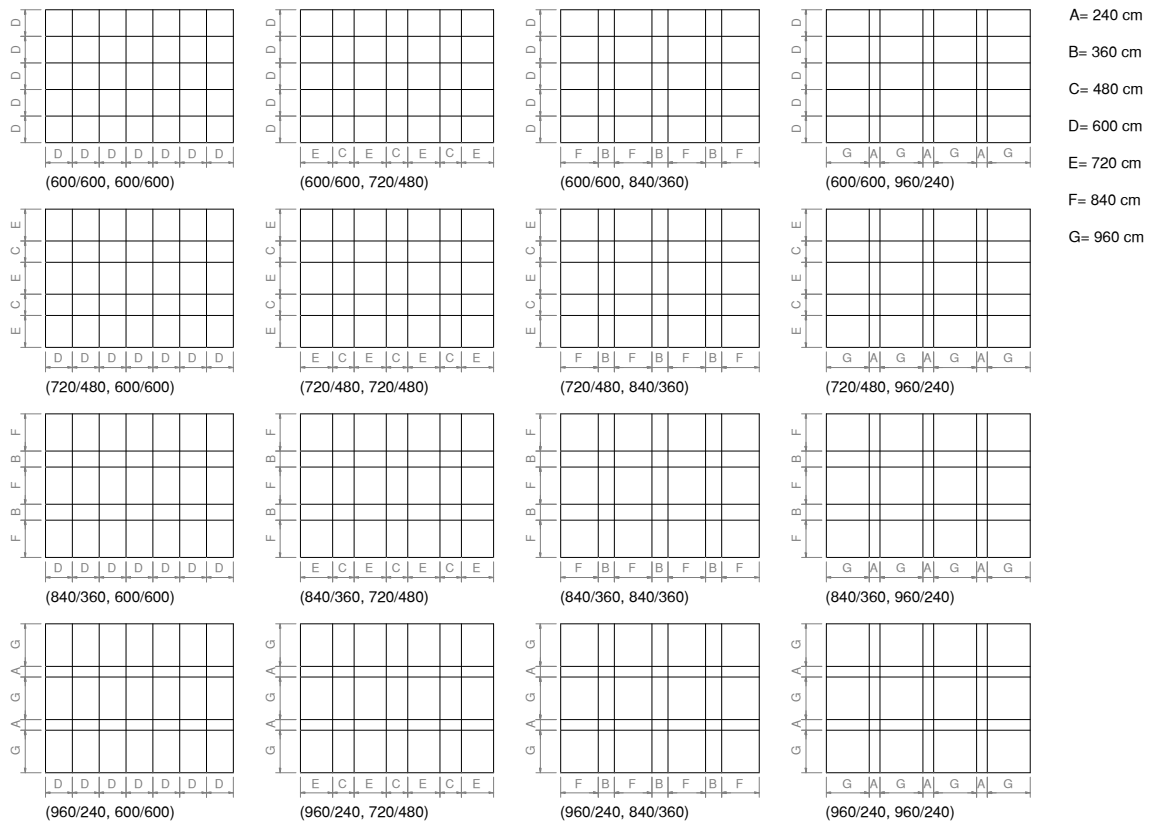


Figura 7. Redes espaciales generadas mediante trayectorias en el espacio de configuraciones, para  $(n_x, K_z) = \text{constante}$ . Se representa solo la planta.

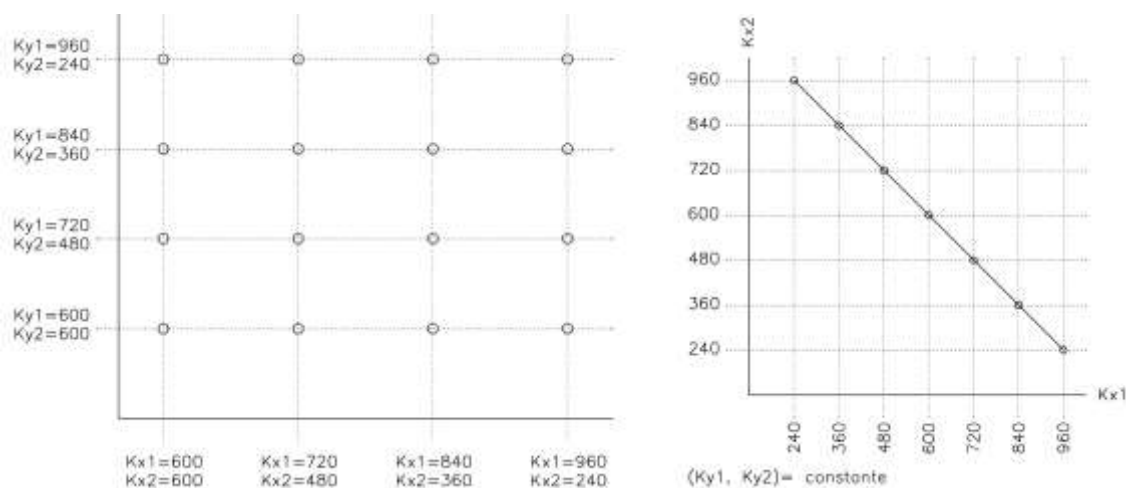


Figura 8. Espacio de variaciones del caso anterior, y sección del espacio de configuraciones para  $(Ky1, Ky2) = \text{constante}$ , mostrando la trayectoria en dicho espacio descrita en la generación de las variaciones de la figura x. Dicha trayectoria consiste en una recta debido a la condición impuesta:  $Kx1 + Kx2 = 1200 \text{ cm}$ .

## 2.2 Generación aleatoria de configuraciones

En determinados casos puede preferirse la generación aleatoria de configuraciones a su obtención sistemática, por ejemplo como estrategia heurística. Esto, que en el ámbito de las matemáticas puede relacionarse con métodos estocásticos de optimización (que en este contexto consistiría en la generación aleatoria de configuraciones para su evaluación y búsqueda de configuraciones óptimas), en el ámbito de las artes tiene su paralelo en procedimientos como los métodos aleatorios en música contemporánea: permiten la producción de material sin intervención de la voluntad del autor, o cuando menos de los mecanismos críticos o censores que favorezcan las variantes que se asemejan a lo conocido.

Como ejemplo de esto, las redes de la fig. 9 (lado izquierdo) se han generado del modo siguiente: se dispone una estructura básica consistente en un rectángulo horizontal de  $3000 \times 1440 \text{ cm}$ , dividido en tres bandas horizontales de  $240, 480$  y  $720 \text{ cm}$ . A continuación, para cada banda se genera una serie cuyos términos son elementos de la escala dimensional de 7 términos  $E = \{120, 240, 360, 600, 720, 840, 960\}$ , tomados aleatoriamente. Esta serie, consistente en múltiplos de  $120 \text{ cm}$  al igual que la dimensión de  $3000 \text{ cm}$ , es tal que siempre es posible descomponer la dimensión total de  $3000 \text{ cm}$  en una suma de sumandos de esta serie, sin resto.

Para la generación de números pseudoaleatorios puede emplearse bien las instrucciones tipo RND o equivalentes normalmente disponibles en los compiladores, generadores basados en algoritmos tipo LCG (Linear Congruential Generator), que si bien muestran una distribución no homogénea de números aleatorios pueden servir para diseños con un número pequeño de grados de libertad; si se desea una distribución de números aleatorios realmente homogénea, es preferible construir un algoritmo específico; a este



respecto, puede consultarse [10] para una discusión acerca de las limitaciones del LCG y encontrar listados en lenguaje C con generadores alternativos.

En las fig. 9 se muestran las redes generadas según lo anterior (izquierda) y algunos ejemplos de aplicación del mismo procedimiento sobre un volumen cúbico (derecha).

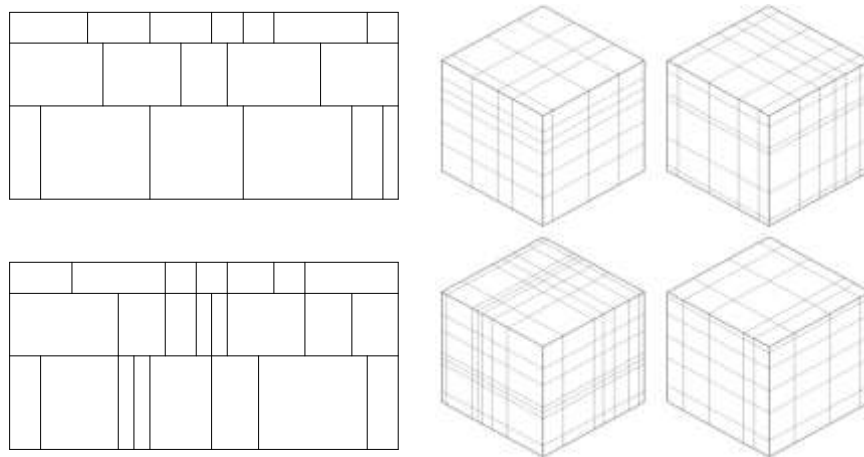


Figura 9. Redes generadas aleatoriamente; a la izquierda, en el plano; a la derecha, en el espacio.

### 3. Patrones de modificación de forma

Una vez definida la estructura formal básica del proyecto, ya sea de modo sistemático o aleatorio, será posible aplicar de modo similar otros algoritmos para la concreción ulterior de la forma. Esta definición formal se realizará aquí mediante dos operaciones básicas:

- Se asimilarán los planos virtuales definidos por la retícula espacial a elementos constructivos y estructurales concretos como son forjados, cubiertas, fachadas, muros o tabiques.
- A la forma resultante de la operación anterior se le aplicarán algoritmos de asignación de atributos formales, como pueden ser el grado de transparencia / opacidad (o dicho en términos arquitectónicos: sólidos / vacíos), según patrones concretos. El carácter algorítmico de esta asignación de patrones permite, al igual que ocurría con la generación misma de las retículas espaciales, una exploración bien sistemática bien aleatoria de las variaciones posibles.

De esta manera es posible aplicar en continuidad los mismos procedimientos tanto en la generación del esquema formal al nivel más genérico como en la definición de los detalles de la forma.

### 3.1 Asignación aleatoria de atributos

Como caso más sencillo de patrón de asignación de atributos podría tomarse el no-patrón, es decir, aquel algoritmo que aprovecha la capacidad del ordenador para generar números aleatorios.

No son infrecuentes los casos en que en arquitectura contemporánea se ha empleado el azar como recurso para la definición formal, a menudo aplicado en elementos convenientemente insertados en una estructura ordenada como soporte. Ejemplo de ello es el alzado a la Plaza del Cardenal Beluga de la ampliación del ayuntamiento de Murcia, obra de Rafael Moneo, que en palabras del propio autor “se organizó aleatoriamente” [11], tomando los forjados como elementos horizontales estables que sirven de apoyo a los montantes dispuestos aleatoriamente (fig. 11).

Para el análisis de este ejemplo se ha partido del alzado publicado en [12]. A falta de un plano con todas las cotas, se ha medido sobre el dibujo escalado, por lo que puede haber un mínimo error en las mediciones. Pequeñas imprecisiones aparte, el alzado parece estar pautado según un módulo de 30 cm, de modo que todas las pilastras tienen una anchura de 60 cm y los huecos entre ellas responden a las siguientes medidas:

$$A= 30 \text{ cm} / B= 60 \text{ cm} / C= 90 \text{ cm} / D= 120 \text{ cm} / E= 150 \text{ cm} / F= 180 \text{ cm} / G= 300 \text{ cm}.$$

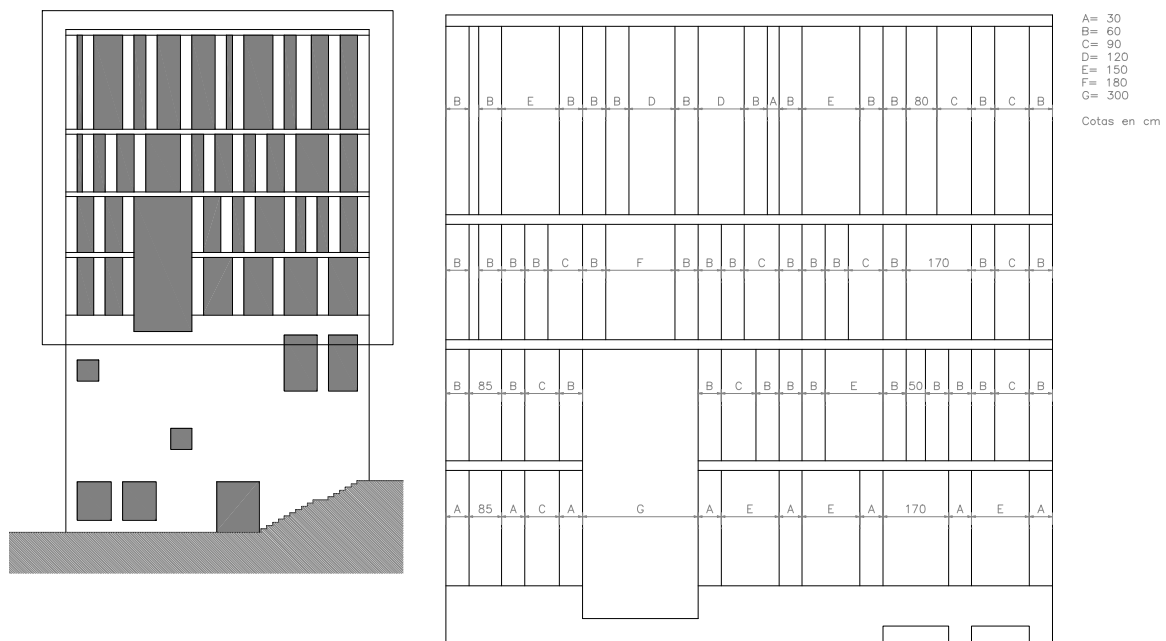


Figura 11. Alzado oriental de la ampliación del ayuntamiento de Murcia, obra de Rafael Moneo. Dibujo del autor.

Pese a lo anterior, se detectan algunas dimensiones que no encajan completamente en este patrón. De cara a la modelización del alzado, supondremos que la anchura total es de 1590 cm, y que las dimensiones empleadas se reducen a las enumeradas.

Si se define un algoritmo que genere secuencias de dimensiones formadas por la alternancia entre la dimensión fija de la pilastra, de 60 cm, y una dimensión tomada al azar de entre las de la serie mencionada, manteniendo la condición de que la suma de los elementos de la secuencia sea de 1590 cm, se obtienen formas muy similares a las del alzado anterior (fig. 12).

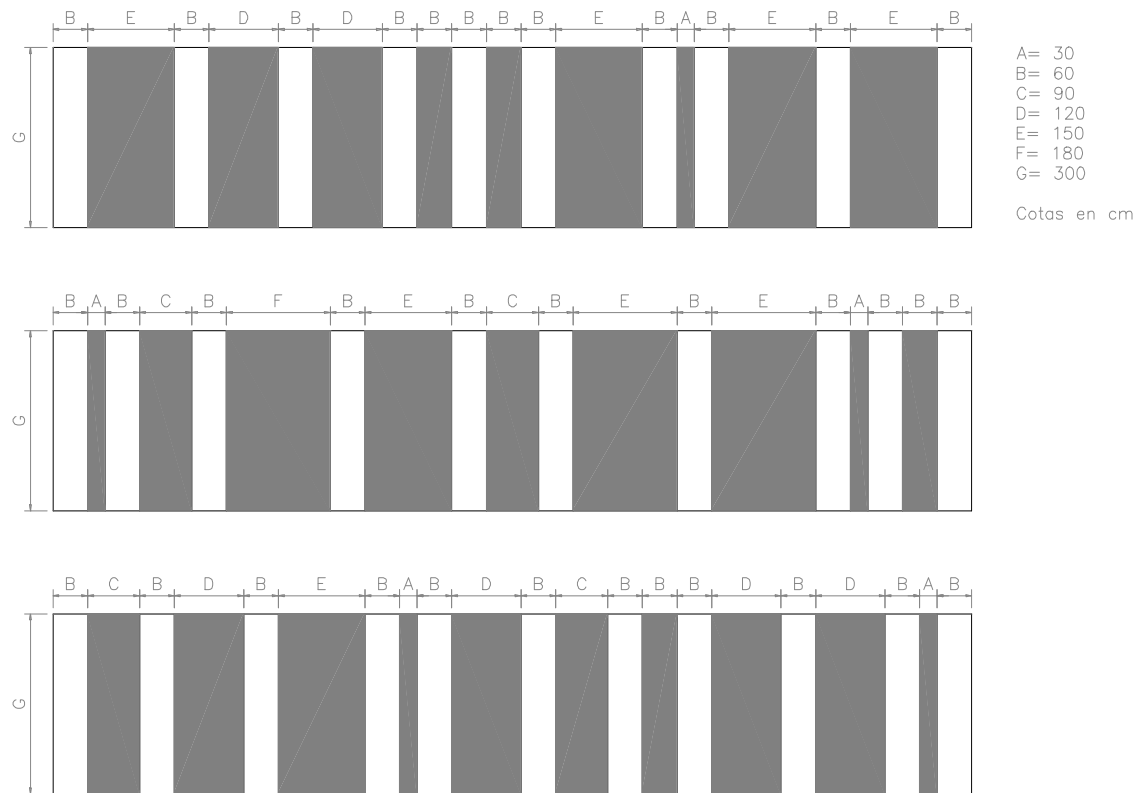


Figura 12. Ejemplos de secuencias aleatorias de sólido/vacío utilizando la misma escala de dimensiones que en la figura 11.

En cuanto a las dimensiones que no son múltiplos de 60 cm, es posible argumentar su conveniencia desde el punto de vista formal: evitan una rigidez visual excesiva, producida precisamente por el uso de dimensiones que son en todos los casos múltiplos exactos de un mismo módulo. Si se desea emplear este tipo de “contaminaciones” dimensionales es fácil adaptar el algoritmo para ello, toda vez que se tenga en cuenta que hay que introducir dos dimensiones “espurias” por fila para que la suma total de los intervalos encaje sin resto en la anchura total, como ocurre en el ejemplo mostrado. Esto es algo que puede descuidarse si se emplean solo dimensiones pertenecientes a la escala definida inicialmente, pues el carácter modular de las medidas garantiza la existencia de una secuencia de intervalos cuya suma sea igual a la anchura total sin restos.

Por tanto es posible definir un algoritmo que genere automáticamente secuencias válidas para la forma propuesta, de modo que puedan obtenerse fácilmente un gran número de variaciones para un mismo alzado.

Como aplicación de lo anterior, se elabora un algoritmo que combina la generación de mallas tridimensionales tal como se vio más arriba con la asignación aleatoria de atributos; en este caso las posiciones de la red contienen planos sin espesor a los que se asigna el valor “vacío” de forma aleatoria. De esta manera, la aplicación de patrones aleatorios se extiende a las tres dimensiones del espacio. Así se han obtenido las imágenes de las figs. 13 y 14.

La producción aleatoria de imágenes arquitectónicas tiene aquí el mismo sentido que en la escritura automática o la música estocástica mencionada más arriba: evitar el sesgo introducido por la mano que dibuja; es, por tanto, una estrategia heurística.

Existen otros ejemplos de asignación aleatoria de atributos distintos del par sólido / vacío, como la Colorium Tower en Dusseldorf, obra de Alsop Architects [13], en que los atributos asignados son colores de una paleta predefinida; sin embargo, la discusión se limitará aquí al par mencionado.

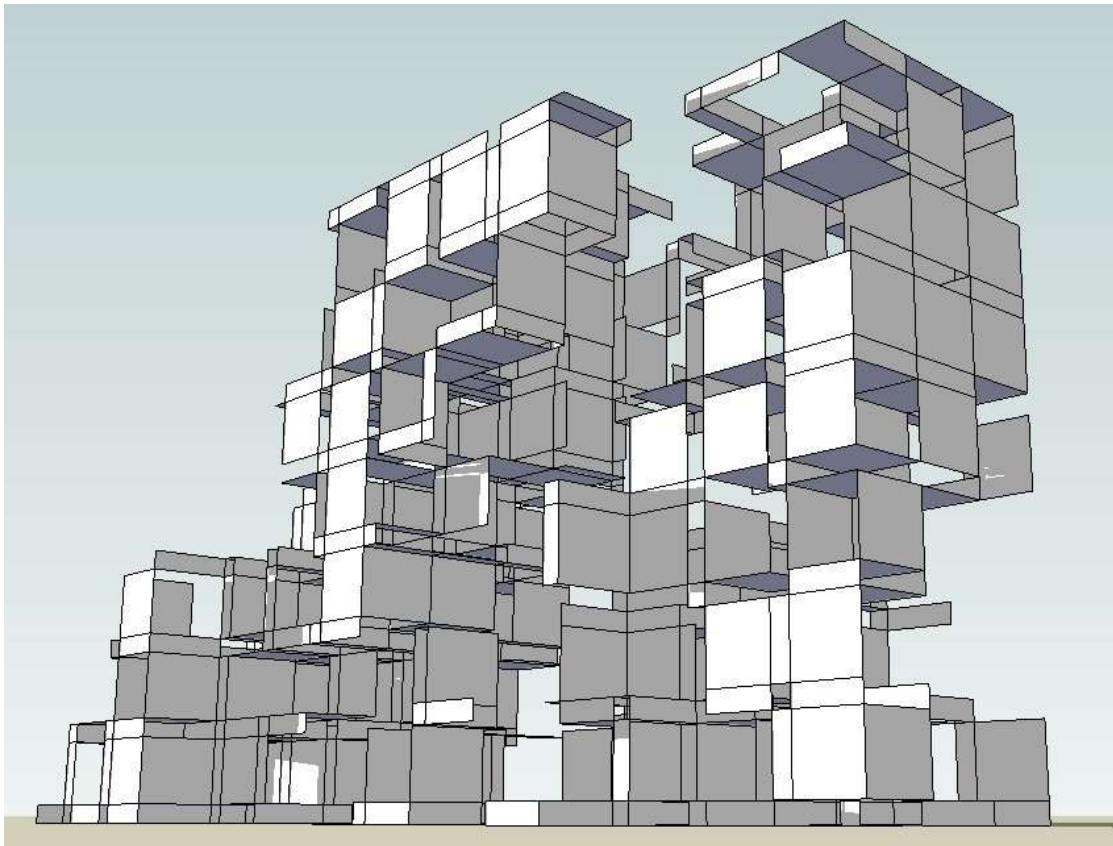


Figura 13. “Ciudad – Alea”; imagen obtenida mediante generación de una malla tridimensional consistente en una alternancia a la que se aplica una eliminación aleatoria de planos.



Figura 14. Habitantes de "Ciudad-Alea" dando paseos aleatorios de Markov.

### 3.2 Asignación de atributos conforme a patrones predefinidos

Para la asignación de atributos conforme a patrones predefinidos partiremos de la idea de "arquitectura de catálogo" enunciada por el crítico italiano Bruno Zevi [14]. Según esto, la composición del edificio consistiría en el ensamblaje sobre la retícula espacial de elementos predefinidos. En nuestra discusión esta idea es particularmente útil, ya que la definición del catálogo de atributos y a continuación la definición del patrón de su asignación completan el proceso de generación algorítmica de forma:



Aquí el patrón de asignación no será ya aleatorio, sino que supondrá un grado de simetría u orden, y los atributos ya no serán simplemente lleno / vacío o colores, sino que podrán consistir en principio en cualquier combinación de cualidades. En un planteamiento estructural, la combinación de cualidades de los distintos atributos formará igualmente una secuencia inteligible, lo que proporcionará un grado de simetría adicional a la forma.

Como ilustración de esto, se propone el siguiente ejemplo: se parte de una red espacial  $R_1 (n_x, n_y, n_z, K_x, K_y, K_z) = (6, 4, 4, 720, 720, 360)$ , representada en la fig. 15. A continuación se define el catálogo de atributos a asignar a las celdas con caras contenidas en la envolvente de la red. En este caso dichos atributos consistirán en una serie de huecos que forman ellos mismos una secuencia tal que garantiza no solo la unidad formal del catálogo mismo sino también una relación de autosemejanza con la red definida, a la vez que se satisfacen otros requisitos puramente arquitectónicos como la legibilidad de las dimensiones del objeto.

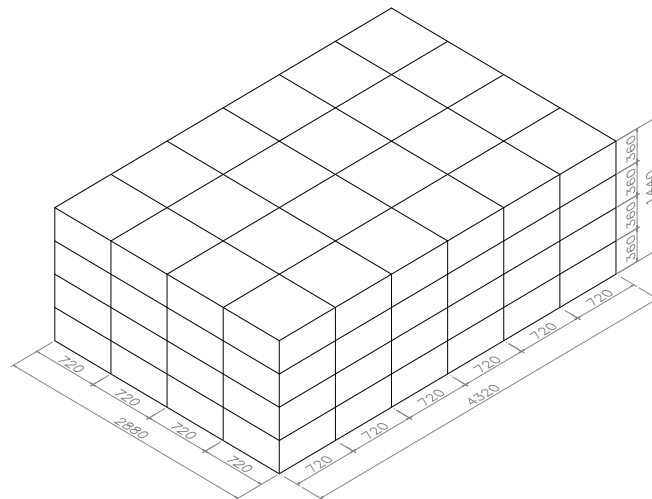


Figura 15. Red espacial  $R_1 (n_x, n_y, n_z, K_x, K_y, K_z) = (6, 4, 4, 720, 720, 360)$ .

En esta red las celdas tienen todas las mismas dimensiones en alzado (720 x 360 cm), lo que facilita la definición del catálogo de atributos. En principio, el número de atributos a emplear será tal que responda a la simetría del patrón de aplicación a utilizar, de modo que no se produzcan adyacencias no deseadas de celdas con atributos iguales. Por otro lado, según el teorema de los cuatro colores (ver por ejemplo [15]), para colorear un mapa cualquiera sin que aparezcan regiones adyacentes del mismo color, basta utilizar cuatro colores distintos.

El teorema es aplicable en este caso ya que la envolvente de la retícula espacial es topológicamente equivalente a un plano.

Estos atributos se definen como huecos recortados en la cara de la celda básica de la red, y forman una progresión desde el atributo tipo  $n=0$ , que constituye el paño sólido sin hueco, hasta el tipo  $n=3$ , que consiste en un hueco de ancho  $2^3 * 60 = 480$  cm y alto  $2^3 * 60 / 2 = 240$  cm. Los huecos abiertos en el muro son alternativamente horizontales y verticales, en todos ellos el lado corto es la mitad del lado largo, y sus lados largos forman la sucesión:  $L(n) = M * 2^n$ , con  $n = \{1, 2, 3\}$  y donde  $M$  es el módulo constructivo, en este caso  $M = 60$  cm. Todos los huecos son rectángulos semejantes entre sí y a la cara de la celda unidad.

Por tanto, definiremos un catálogo con cuatro atributos (fig. 16):

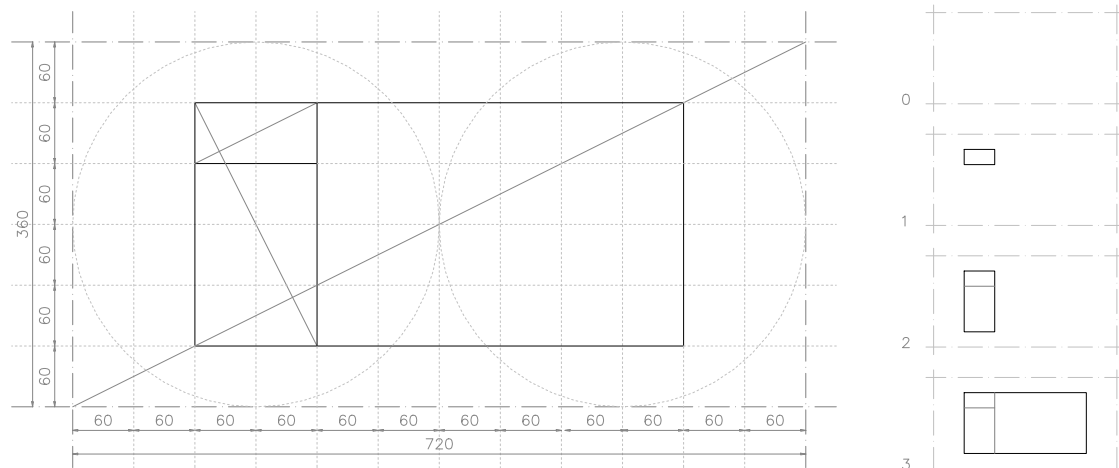


Figura 16. Catálogo de cuatro atributos (0, 1, 2, 3).

Puede definirse fácilmente un algoritmo que genere el catálogo; en concreto, si estamos utilizando POO (Programación Orientada a Objetos; en este caso, C++), puede definirse el hueco como objeto del modo siguiente:

```
class Hueco {
float h, v, lado_horizontal, lado_vertical;
public:
    Hueco(int n)
    {
        h= (1+pow(-1, (n+1))) / 2;
        v= (1+pow(-1, n)) / 2;
        lado_horizontal= 30*(pow(h*2, n+1) + pow(v*2, n));
        lado_vertical= 30*(pow(v*2, n+1) + pow(h*2, n));
    };
};
```

Forma un tanto enrevesada de definir en una sola expresión y con un solo parámetro (n) la dimensión y la orientación alternante de los huecos, haciéndose depender esta última de la paridad de n (n par  $\rightarrow$  hueco vertical / n impar  $\rightarrow$  hueco horizontal), de modo que:

$n=1 \rightarrow$  (lado\_horizontal, lado\_vertical)=(120 cm, 60 cm).

$n=2 \rightarrow$  (lado\_horizontal, lado\_vertical)=(120 cm, 240 cm).

$n=3 \rightarrow$  (lado\_horizontal, lado\_vertical)=(480 cm, 240 cm).

Como se puede comprobar, esto se corresponde con las dimensiones de los huecos tal como se indica en la fig. 16. En esta notación, lado\_horizontal corresponde a la medida del lado horizontal del hueco y lado\_vertical con la del vertical.

El último paso consiste en la definición del patrón de asignación de atributos. Suponiendo cada cara del ortoedro de partida dividido en cuatro regiones, un patrón posible sería el mostrado en la fig. 17. De entre las varias configuraciones posibles, en esta se evitan caras adyacentes con el mismo atributo y el patrón resultante posee interesantes propiedades adicionales en lo que a su simetría se refiere.

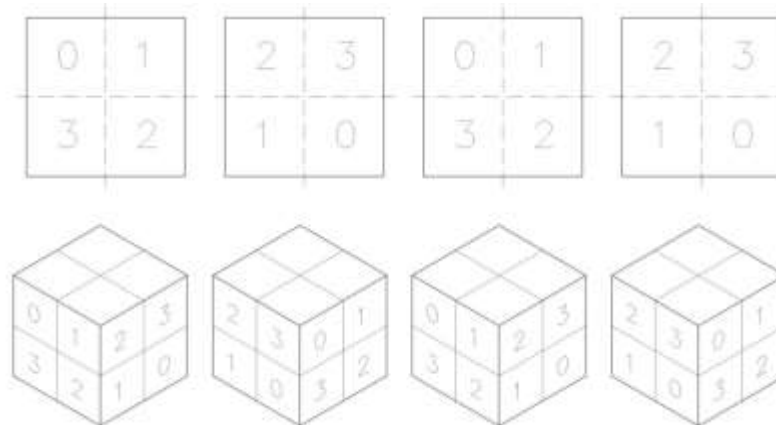


Figura 17. Patrón de asignación de atributos a celdas de la red espacial.

La subdivisión del ortoedro de partida (fig. 15) puede realizarse de modo parecido a como se han generado redes espaciales de forma sistemática, solo que por tratarse de un espacio de solo tres parámetros, relativamente reducido, podrían obtenerse todas las combinaciones posibles fácilmente. En la fig. 18 se muestran tres ejemplos de subdivisión de dicho ortoedro de cara a la asignación de atributos.

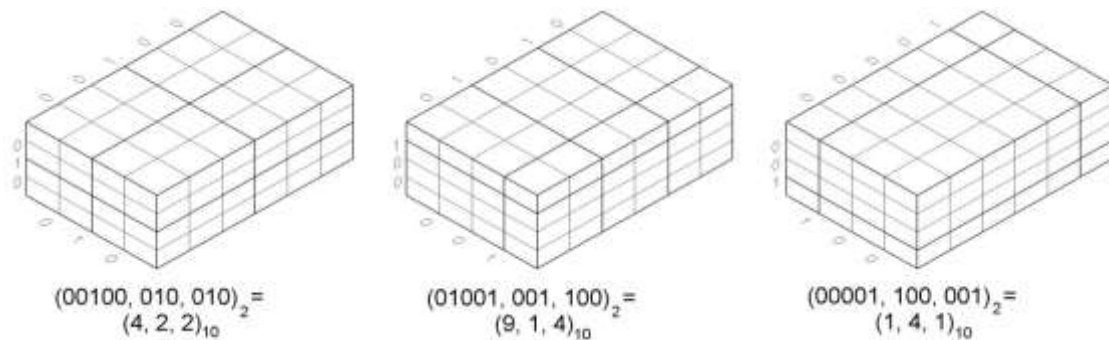


Figura 18. Subdivisión del ortoedro de partida en regiones. El parámetro que define las subdivisiones en cada cara del ortoedro se define a partir del número en base 2 obtenido asignando valor 0 a las celdas que no se corresponden con subdivisión y 1 a las que sí se corresponden con ésta.

Por tanto, sería posible generar sistemáticamente la totalidad del espacio de configuraciones o un subconjunto de este, y aplicarle el patrón de asignación de atributos indicado. En la fig. 19 se muestra el resultado de aplicar el patrón de atributos descrito para la subdivisión  $(1, 4, 1)_{10}$  de la fig. 18. Notar que los atributos  $n=1$  y  $n=2$  se utilizan indistintamente en vertical y horizontal; esto responde a las necesidades de las estructuras visuales generadas, que son específicas de la subdivisión elegida, y de más difícil codificación.

El patrón presenta interesantes simetrías, resultantes precisamente del carácter sistemático empleado en la definición tanto del catálogo de atributos como del patrón de asignación. Por ejemplo, a la región con un atributo tipo  $n$  le corresponde siempre, en la cara opuesta del ortoedro, un atributo tipo  $n-2$  (para  $n \geq 2$ ; para  $n \leq 2$ , al atributo  $n$  le corresponde



un atributo  $n+2$  en la cara opuesta del ortoedro). Estas simetrías proporcionan a la forma un grado superior de unidad, y son una buena razón para la aplicación de este tipo de procedimientos.

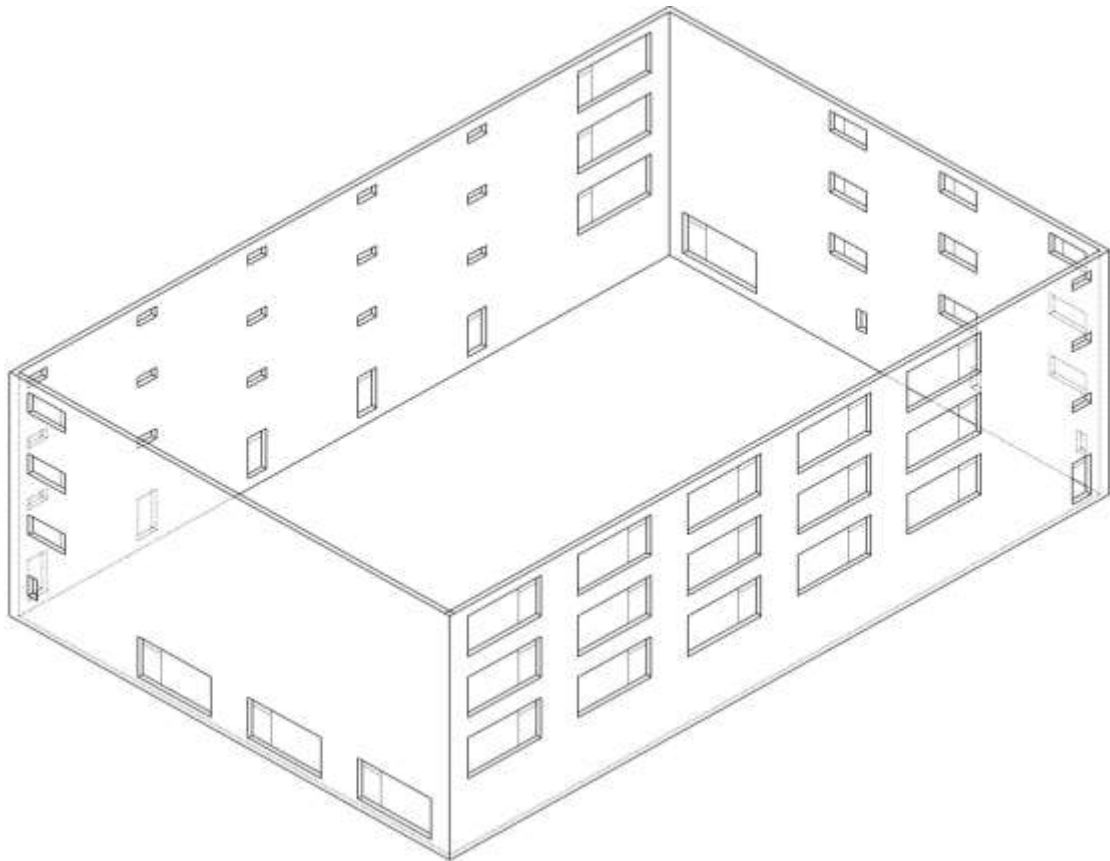


Figura 19. Aplicación, sobre la subdivisión  $(1, 4, 1)_{10}$  de la figura 18, de los atributos definidos en la figura 16 asignados según el patrón descrito.

Con este ejemplo queda por tanto descrito el proceso completo de definición del proyecto desde la retícula espacial hasta la definición de su estructura de llenos y vacíos mediante el uso de algoritmos. El alzado de la fig. 19, con la secuencia de huecos obtenida, prácticamente define la estructura interna del objeto. La forma obtenida es deliberadamente convencional en orden a demostrar cómo la simetría entendida en sentido clásico se relaciona con la idea de forma generada algorítmicamente, solo que precisamente por su carácter algorítmico es fácil generar variantes ya sea con una intención heurística, ya sea con la de someter las formas obtenidas a procesos de optimización.

### 3.3 Autosemejanza

La idea matemática de autosemejanza tiene su equivalente en arquitectura en la idea de coherencia formal como uno de los recursos más extendidos para la unidad formal y la

simetría. La repetición de un único tema formal en los distintos niveles del proyecto es análoga a la idea de autosemejanza que caracteriza a los objetos fractales, bien entendido que se trata de una analogía instrumental, casi una metáfora, ya que en el objeto arquitectónico, con sus requerimientos materiales, funcionales y contextuales, es difícil aplicar rigurosamente esta idea, y además el concepto de fractal implica el paso al límite para que aparezca la dimensión fraccionaria, lo que evidentemente no ocurre en arquitectura.

No faltan proyectos en que se han utilizado objetos fractales directamente como formas arquitectónicas, en especial las figuras de Sierpinsky en sus distintas versiones. Dado que el número de estas figuras es limitado, y más aún el de aquellas utilizables como objetos arquitectónicos, éste es un camino que se agota con rapidez. Lo que aquí se propone es el uso de la metáfora fractal de un modo abierto, de dos maneras:

- Uso de la construcción de Mandelbrot, en un número limitado de iteraciones, para generar una estructura formalmente coherente, y que impuestas ciertas condiciones dimensionales a priori sea susceptible de albergar un uso y/o responder a un contexto dado en virtud de las propiedades formales resultantes del proceso de generación.
- En un sentido aún más laxo, tomar la construcción de Mandelbrot para la generación de forma sin más iteraciones, pues la operación de definir un iniciador y generar una forma por ensamblaje de dicho iniciador según un algoritmo que produzca una forma con un grado de simetría resultante de la aplicación misma del algoritmo es ya interesante de por sí.

En este sentido, tomamos de [16] el procedimiento de construcción de objetos fractales, como por ejemplo la llamada “punta de flecha de Sierpinsky” (fig. 20).

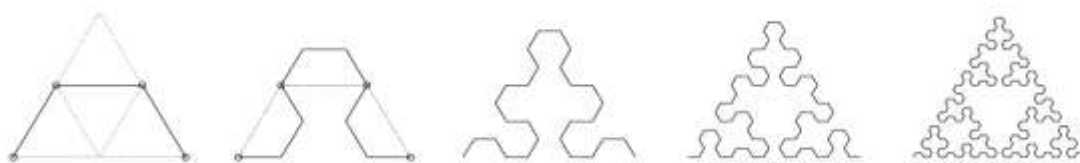


Figura 20. Procedimiento de construcción del fractal “punta de flecha de Sierpinsky”.

Para la construcción de esta figura se parte de la línea quebrada de tres segmentos en forma de artesa, obtenida a partir de un triángulo equilátero. A este elemento se le denomina iniciador. A continuación se sustituye, en cada iteración, cada uno de los segmentos de la figura por el iniciador, reducido al tamaño necesario.

Aquí se procederá directamente en el espacio. Definimos un iniciador consistente en una “L” extruida, que quedará definida por los parámetros  $L$  ( $l_x$ ,  $l_y$ ,  $l_z$ ,  $e$ ), tal que  $l_x$ ,  $l_y$ ,  $l_z$  sean sus dimensiones según los ejes coordenados, y  $e$  sea el espesor de la “L” (fig. 21).

Es evidente que pueden emplearse otros iniciadores, tanto más simples (un plano, por ejemplo) como más complejos (U’s, Z’s); sin embargo se ha obtenido una gran variedad de objetos solo con modificar ligeramente algunos de los parámetros que lo definen, por lo que se limitará aquí el ámbito de búsqueda a este iniciador tipo.

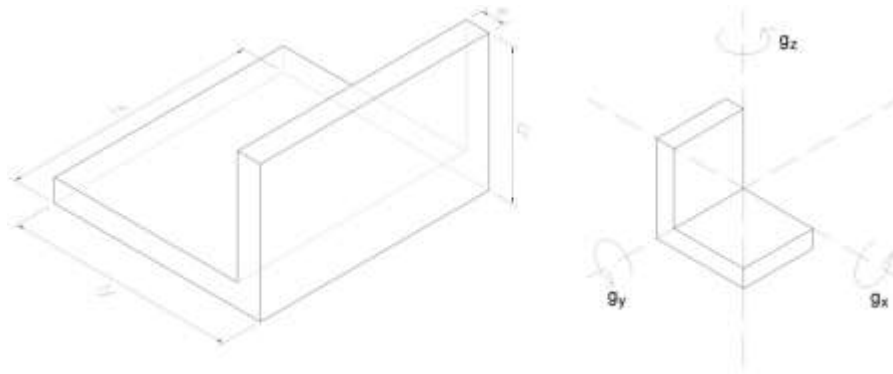


Figura 21. Iniciador en "L" y giros del iniciador en torno a los ejes coordenados.

Se definen las siguientes operaciones aplicables al elemento iniciador (operaciones asimilables en POO a funciones miembro de la clase de objetos que constituyen los iniciadores):

- Rotación en torno a un eje que pasa por el origen y es paralelo a uno de los ejes coordenados. El ángulo a rotar quedará definido por los parámetros  $(g_x, g_y, g_z)$ , siendo éstos los ángulos a rotar el elemento en cada iteración en torno a cada uno de los ejes coordenados.
- Traslación del elemento según un vector  $(v_x, v_y, v_z)$ .

De este modo, el objeto queda definido por los siguientes parámetros:

- $L(l_x, l_y, l_z, e)$ : definición del elemento iniciador.
- $(g_x, g_y, g_z, v_x, v_y, v_z)$ : ángulos de rotación y vector de desplazamiento del elemento. Dado que se está operando en el ámbito de la geometría ortogonal, solo se utilizarán aquí ángulos múltiplos de  $\pi/2$ .
- $n$ : número de elementos de que consta la configuración (número de iteraciones).

Por tanto, cada configuración queda definida por un total de 11 parámetros, que constituyen las dimensiones del espacio de configuraciones del problema planteado. Normalmente, las trayectorias en este espacio serán tales que solo se modifique un número muy limitado de parámetros a la vez, en orden a hacer controlable la generación de variaciones.

Según lo anterior, para la configuración  $L(l_x, l_y, l_z, e, g_x, g_y, g_z, v_x, v_y, v_z, n) = (100, 100, 100, 5, -60, -60, -60, 90, 90, 0, 20, 20, 20, 3)$  resultaría la fig. 22.

Un corto paseo por el espacio de configuraciones de esta forma nos da un buen número de ejemplos (fig. 23). Al igual que en los casos anteriores, es posible generar estas configuraciones al azar, o bien mediante trayectorias de búsqueda modificando sistemáticamente parámetros de la forma. En los ejemplos mostrados puede comprobarse como ligeras variaciones en el valor de un número reducido de parámetros produce grandes diferencias entre formas relativamente cercanas en el espacio de configuraciones.

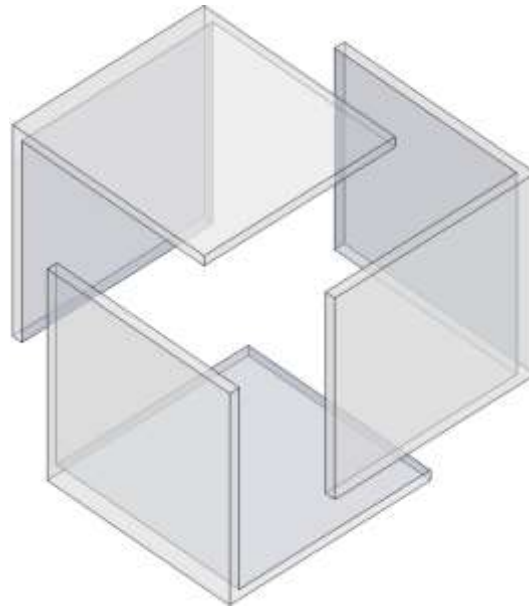


Figura 22. Representación isométrica de la configuración L  $(l_x, l_y, l_z, e, g_x, g_y, g_z, v_x, v_y, v_z, n) = (100, 100, 100, 5, -60, -60, -60, 90, 90, 0, 20, 20, 20, 3)$ . El origen de coordenadas se sitúa en el centro de la figura.

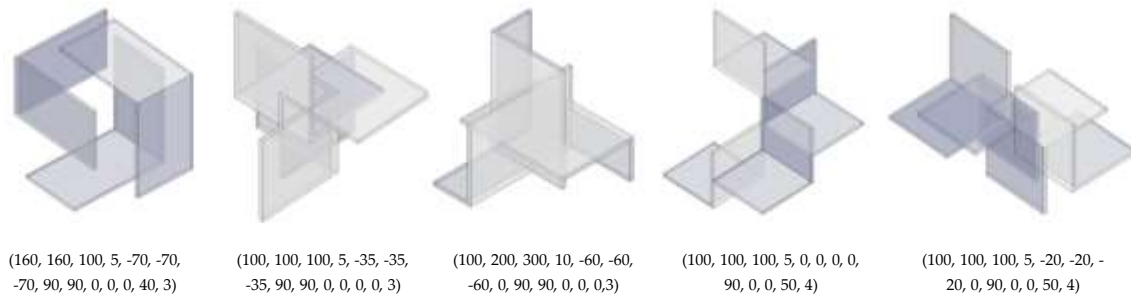


Figura 23. Ejemplo de generación de formas mediante la modificación de los parámetros que las definen.

A partir de aquí resulta sencilla la generación de estructuras formales de interés en el proceso del proyecto, bien sea por combinación de formas de este tipo, bien por la aplicación de iteraciones para obtener estructuras autosemejantes. A modo de ilustración se muestra en las figs. 24 y 25 un boceto de proyecto realizado por estos procedimientos.

## 4. Conclusión

El presente trabajo ha pretendido ser una exploración inicial, mediante una serie de ejemplos, en el uso de algoritmos matemáticos para la generación de formas arquitectónicas, y en la consiguiente aplicación a la forma arquitectónica de una línea experimental ya presente en otras actividades artísticas como la música, escultura o pintura. Las formas aquí empleadas han sido deliberadamente convencionales en orden a demostrar tanto el carácter matemático del concepto tradicional de unidad formal como la aplicabilidad de estas técnicas al común de la invención arquitectónica que de ello se deriva.

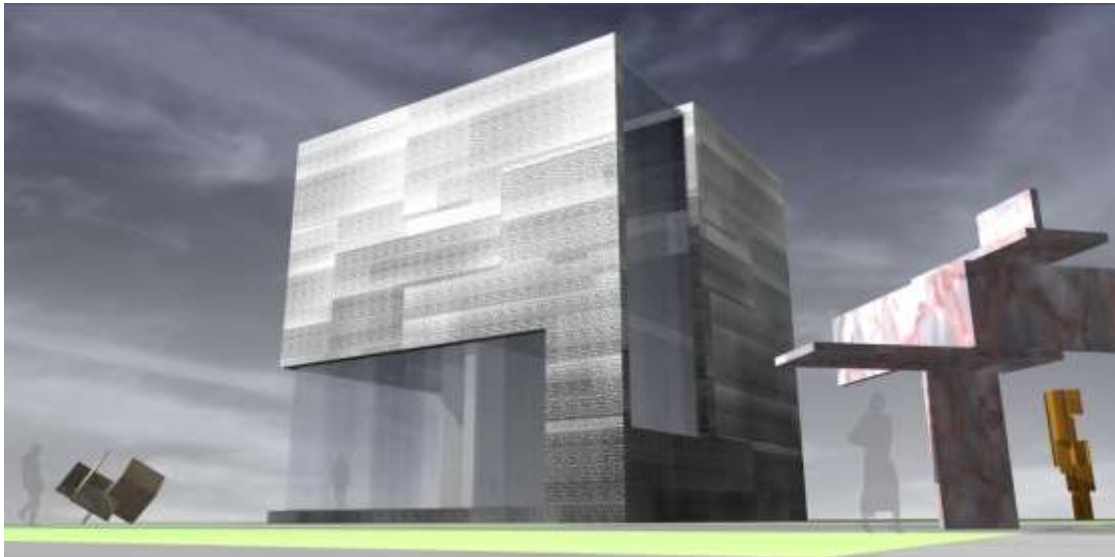


Figura 24. Proyecto de museo de esculturas algorítmicamente generadas.

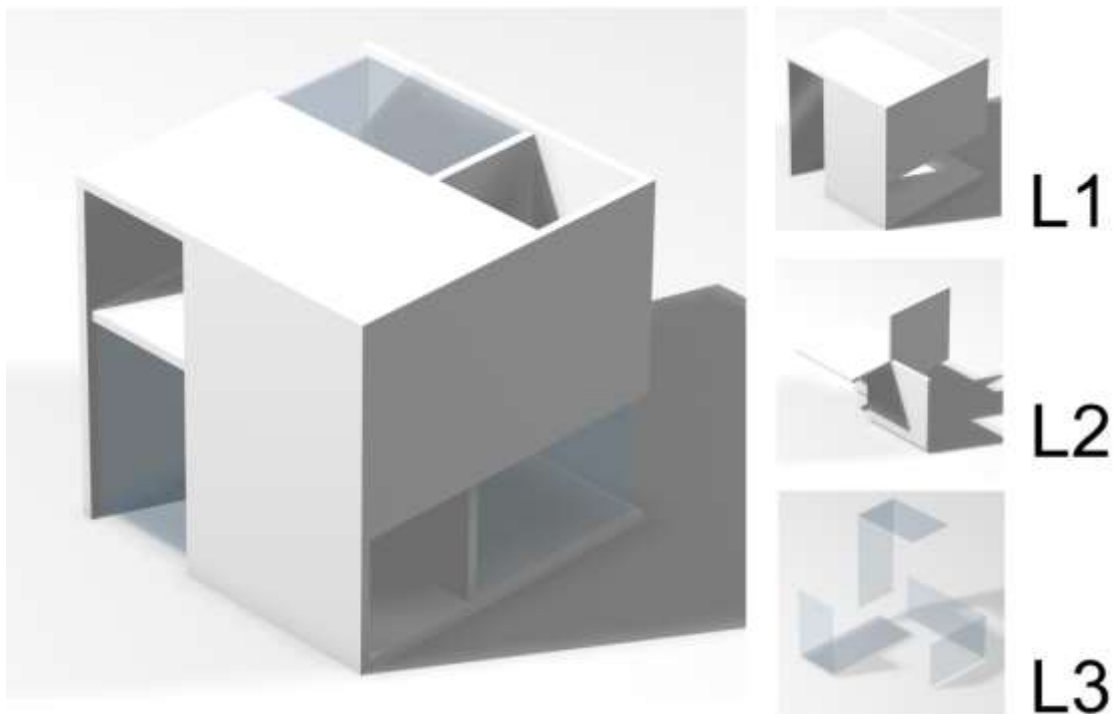


Figura 25. Elementos empleados para el proyecto de la figura 24:

L1 (1870, 1870, 1155, 55, -1065, -880, -860, 90, 90, 0, 0, 0, 0, 3); L2 (1045, 1072, 1100, 55, -220, -220, -220, 90, 90, 0, 0, 0, 0, 3); L3 (1471, 1045, 660, 11, -982, -778, -798, -90, 90, 0, 0, 0, 0, 3).

El objetivo de la aplicación de estas técnicas es el de ensanchar el universo de formas posibles, que ya no estaría limitado a un canon de formas consolidado por la autoridad o la

costumbre, o por una invención no sistemática, ampliando las posibilidades de innovación formal como ha ocurrido allí donde se han utilizado estas estrategias. La invención no sería entonces la de la forma concreta sino la del algoritmo que permite explorar un subconjunto del universo de formas posibles.

## 5. Apéndice

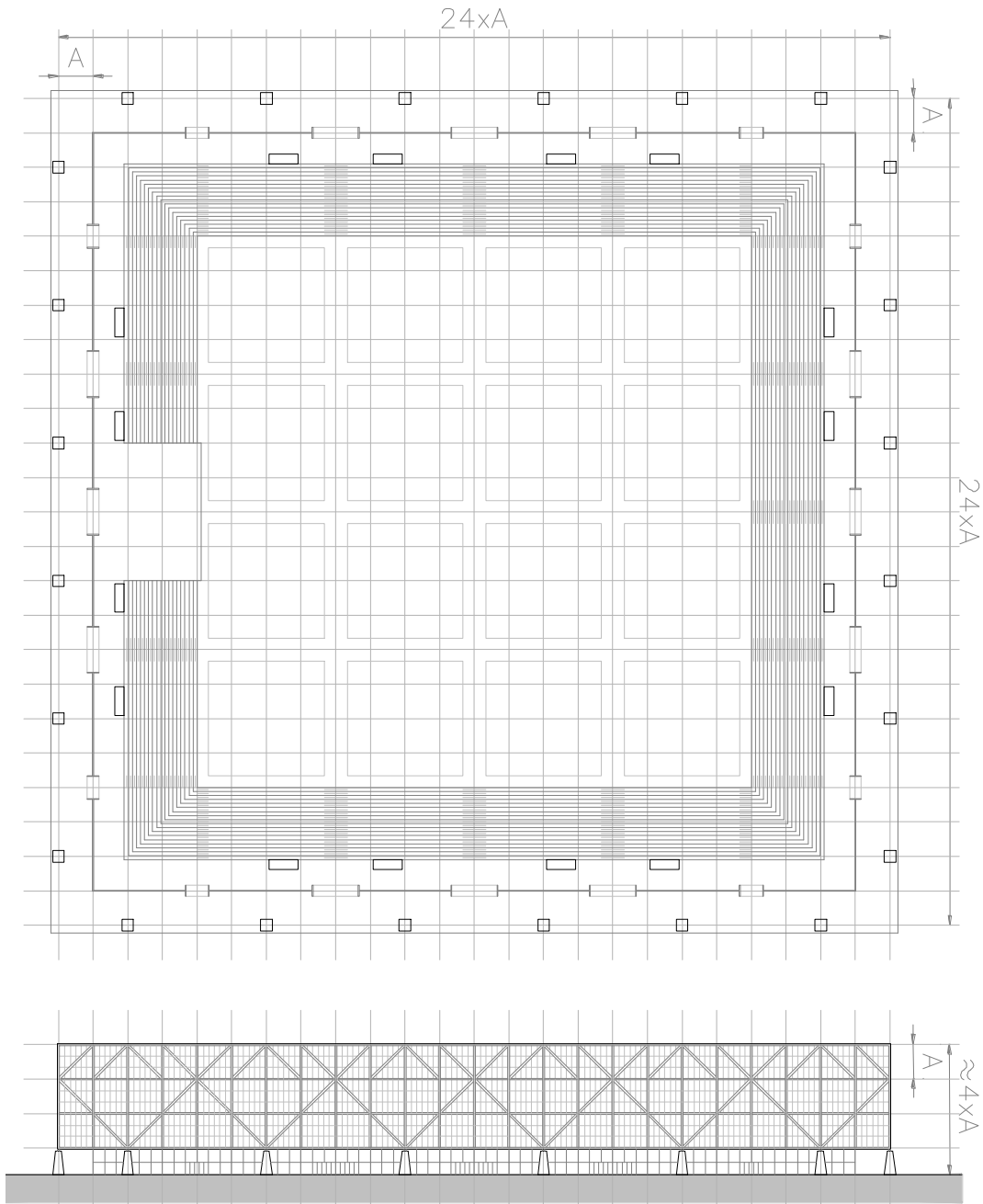


Figura 26. Convention Hall. Arquitecto: Ludwig Mies van der Rohe. Chicago (EE.UU), 1953-54. Dibujo del autor según [3].

Proyecto para el Convention Hall de Chicago. Ejemplo de malla cúbica con  $K=30'$  y  $(n_x, n_y, n_z, K)=(24, 24, 4, 30')$ . La planta baja tiene una altura de  $20'$ , por lo que no encaja en la malla de  $30'$ , aunque sí encajaría en una malla cúbica de  $K=10'$  que incluiría el nivel constructivo (por ejemplo, el despiece de fachada).



Figura 27. Iglesia en Bagsvaerd. Arquitecto: Jorn Utzon. Copenhague (Dinamarca), 1973-76. Dibujo del autor según [4].

Iglesia en el barrio de Bagsvaerd en Copenhague. Ejemplo de malla cúbica con  $K=220$  cm y  $(n_x, n_y, n_z, K)=(36, 10, 7, 220)$ . Notar que la cubierta no encaja en la malla descrita, aunque sí en la malla más fina de  $44$  cm encargada de la definición a nivel constructivo, malla que por ejemplo regula la altura de los paneles de hormigón prefabricado de la fachada. Esta malla constructiva resulta de la división en cinco partes de las celdas de la malla principal. El despiece de las planchas de zinc de la cubierta no parece encajar tampoco en la malla constructiva, como se ve en el alzado.

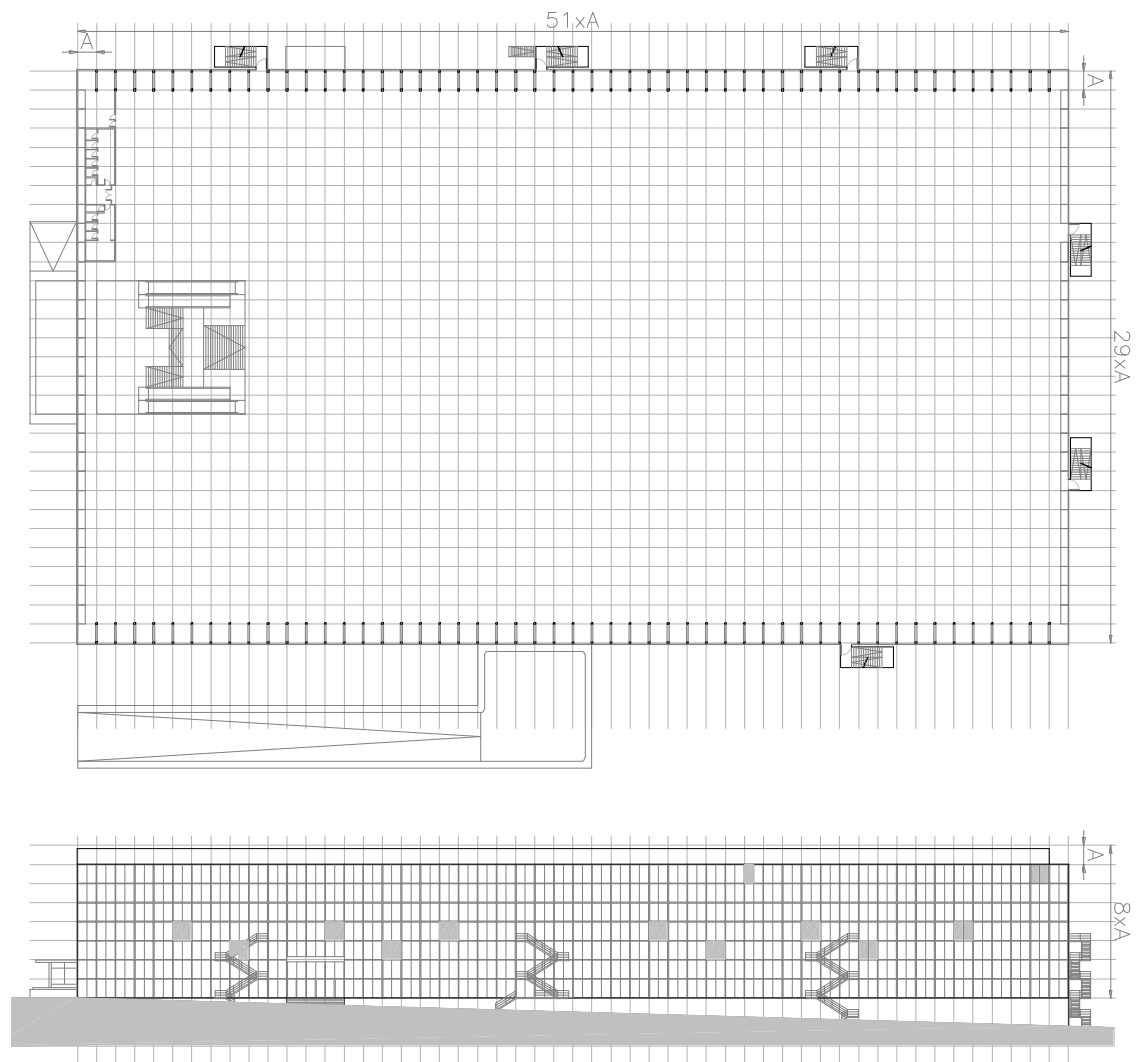


Figura 28. Pabellón de cristal de la Casa de Campo. Arquitecto: Francisco Cabrero. Madrid (España), 1964. Dibujo del autor según [5].

Ejemplo de malla cúbica en que  $K=250$  cm. Esta malla regula sobre todo el despiece de las fachadas y el interjeje entre correas de cubierta, siendo la distancia entre pórticos de 500 cm, es decir,  $2 \cdot K$ .

En los planos puede comprobarse que:  $(n_x, n_y, n_z, K) = (51, 29, 8, 250)$ .



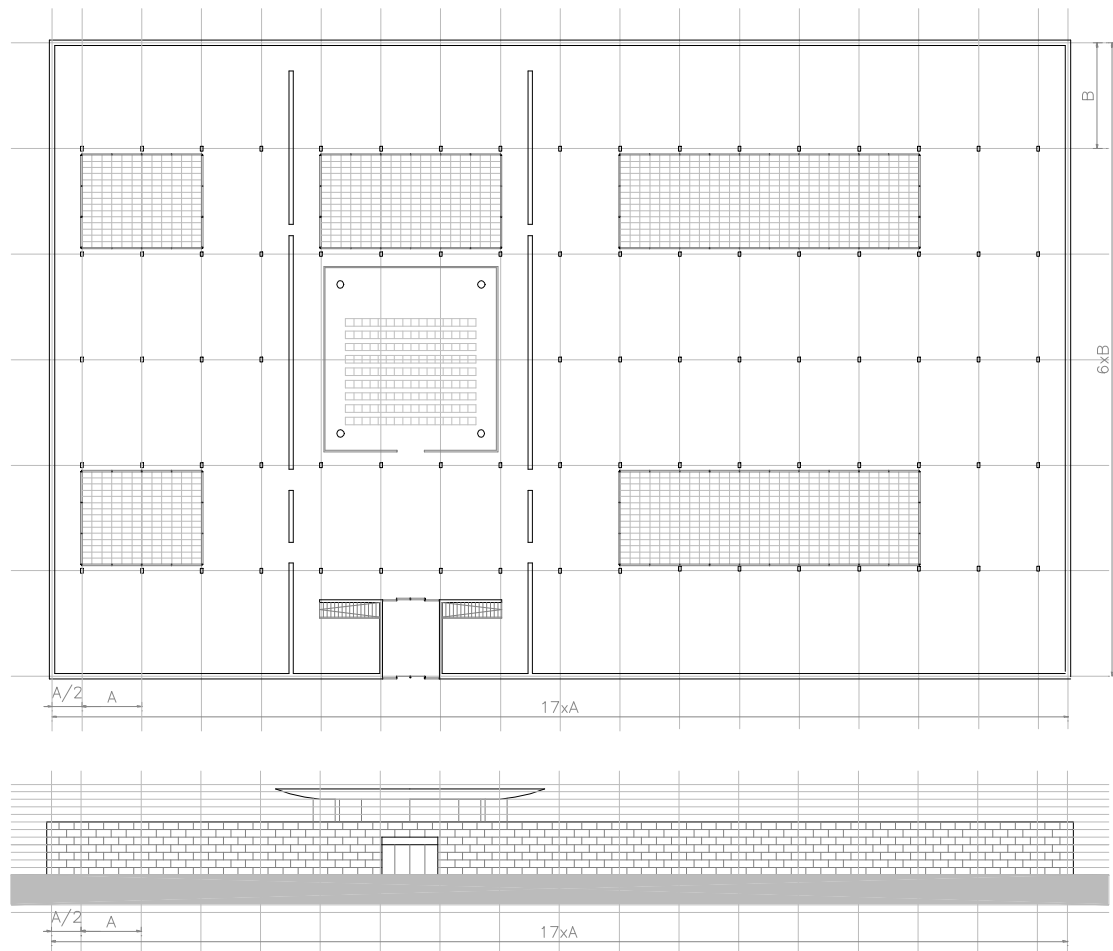


Figura 29. Biblioteca en Rodovre. Arquitecto: Arne Jacobsen. Copenhague (Dinamarca), 1961-69. Dibujo del autor según [6].

Ejemplo de malla anisotrópica en que  $K_x \neq K_y \neq K_z$ . En este caso:  $A = K_x = 440$  cm,  $B = K_y = 770$  cm y  $C = K_z = 385$  cm, si se considera que  $n_z = 1$ ; sin embargo, de este modo no entrarían en consideración ni la cubierta sobreelevada del salón de actos ni el sótano (no representado). Si se toma  $C = 55$  cm, correspondiente a la altura de las hiladas del despiece de piedra de la fachada, se tendrá que la altura del sótano es de  $275$  cm =  $5 * C$ , la altura del cuerpo principal será de  $385$  cm =  $7 * C$ , y la altura de la cubierta del salón de actos será de  $165$  cm hasta el borde superior de las ventanas ( $3 * C$ ) y de aproximadamente  $4,5 * C = 245,5$  cm hasta el borde superior de la cubierta.

La configuración considerada en este trabajo es:  $(n_x, n_y, n_z, K_x, K_y, K_z) = (17, 6, 1, 440, 770, 385)$ .

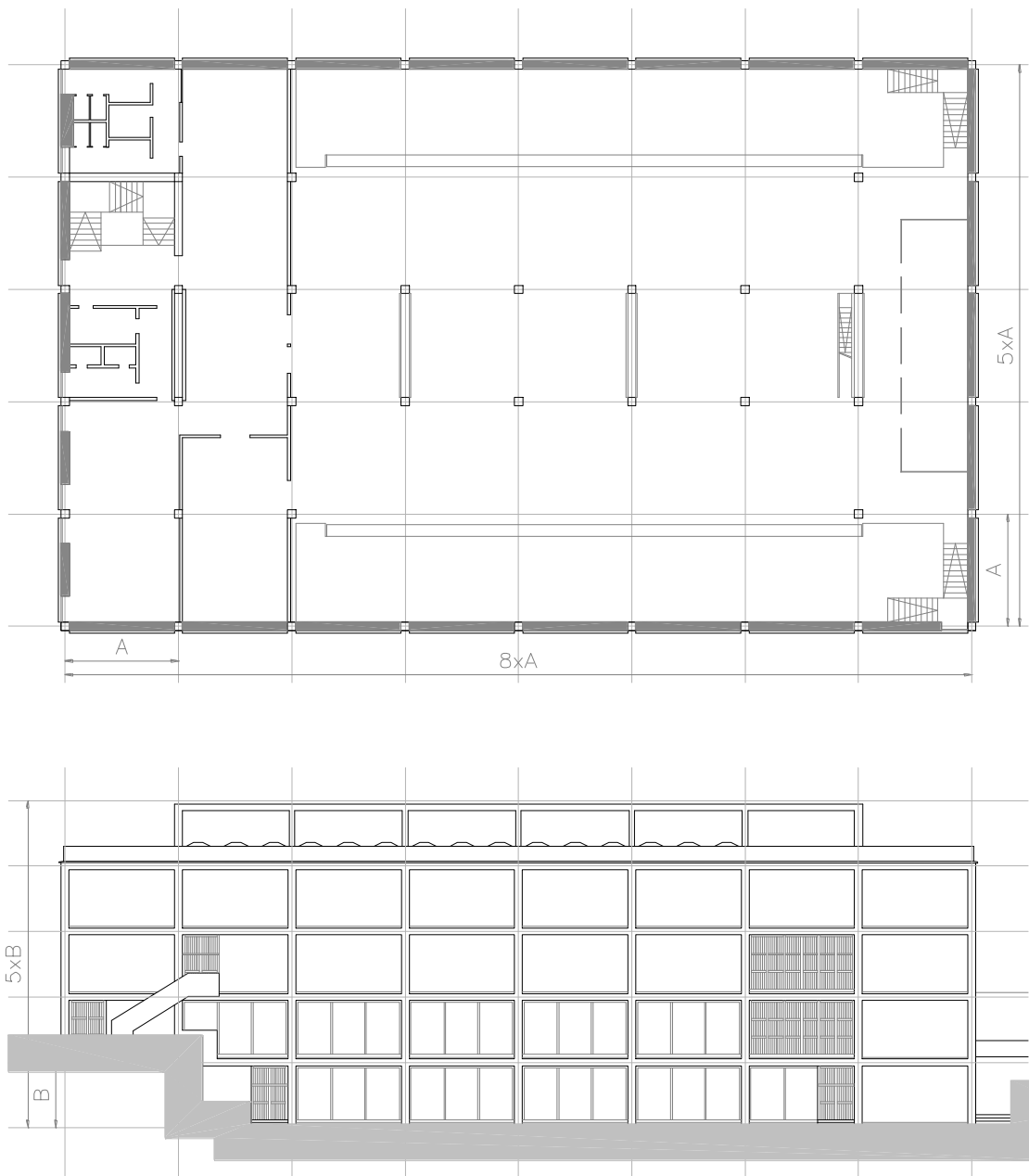


Figura 30. Biblioteca universitaria en Salamanca. Arquitecto: Carlos Puente. Salamanca (España), 1997-2000. Dibujo del autor según [7].

Ejemplo de malla en que se establecen relaciones proporcionales entre las dimensiones  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_z$ . Si bien en planta la malla empleada es una cuadrícula ( $K_x = K_y$ ), en alzado se tiene que:  $K_z \approx \sqrt{3}$ . En este caso:  $(n_x, n_y, n_z, K_x, K_y, K_z) = (8, 5, 5, 615, 615, 357)$ .

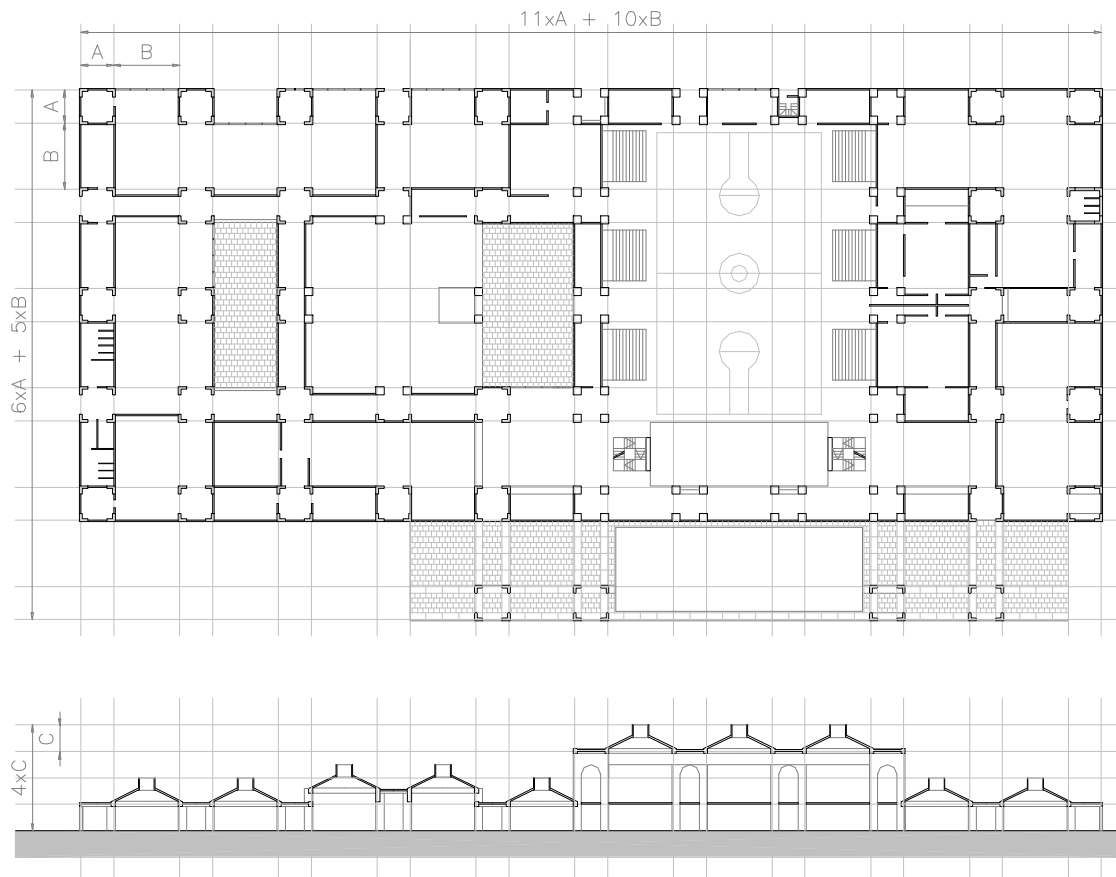


Figura 31. Proyecto de centro comunitario en Trenton. Arquitecto: Louis Kahn. Nueva Jersey (EE.UU), 1954-59. Dibujo del autor según [8].

Ejemplo de malla basada en la alternancia en planta de dos dimensiones. En este caso se tiene:  $A = K_{x1} = K_{y1} = 10'$ , y  $B = K_{x2} = K_{y2} = 20'$ . En dirección  $z$  se tiene una repetición pura con  $C = K_z = 8'$ .

## Referencias

- [1] ORTEGA, Lluís (editor). *La digitalización toma el mando*. Editorial Gustavo Gili, Barcelona, 2009.
- [2] LURÇAT, André. *Formes, composition et lois d'harmonie (vol. V)*, p. 207, Éditions Vincent, Fréal & Cie., París, 1957.
- [3] CARTER, Peter. *Mies van der Rohe at work*, pp. 101-107, Phaidon, Londres, 1999.
- [4] NIETO, Fuensanta y SOBEJANO, Enrique (editores). *Jorn Utzon*, pp. 87-93, Centro de Publicaciones - Secretaría General Técnica del Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Medio Ambiente, Madrid, 1995.
- [5] CÁNOVAS, Andrés y CASQUEIRO, Fernando (editores). *Pabellón de Cristal: Cabrero / Labiano / Ruíz*, pp. 154-165, Departamento de Proyectos Arquitectónicos, Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, 2008.

- [6] SOLAGUREN-BEASCOA, Félix. *Arne Jacobsen*, pp. 178, Editorial Gustavo Gili, Barcelona, 1991.
- [7] REVISTA ARQUITECTURA COAM nº 323 (1º trimestre 2001), pp. 68-88, Revista de Arquitectura y Urbanismo del Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid, Madrid, 2001.
- [8] RONNER, Heinz y JHAVERI, Sharad. *Louis I. Kahn: Complete work 1935-1974*, pp. 82-91, Birkhäuser, Basilea, 1987.
- [9] LE CORBUSIER. *El Modulor*. Editorial Poseidón, Barcelona, 1976.
- [10] PRESS, William. J., TEUKOLSKY, Saul A., VETTERLING, William T. y FLANNERY, Brian P. *Numerical Recipes: the Art of Scientific Computing*, pp. 340-377, Cambridge University Press, Nueva York, 2007.
- [11] MONEO, Rafael. *Apuntes sobre 21 obras*, p. 445, Editorial Gustavo Gili, Barcelona, 2010.
- [12] REVISTA EL CROQUIS nº 98 "Rafael Moneo: 1995-2000", pp. 84, El Croquis editorial, El Escorial, 2000.
- [13] POWELL, Kenneth. *Will Alsop 1990-2000*, pp. 234-235, Laurence King Publishers Ltd., Londres, 2002.
- [14] ZEVI, Bruno. *El lenguaje de la arquitectura moderna*, pp. 17-24 (en particular imagen pág. 19), Editorial Poseidón, Barcelona, 1978.
- [15] WILSON, Robin. *Four colors suffice*, Princeton University Press, Princeton, 2003.
- [16] MANDELBROT, Benoît. *La geometría fractal de la naturaleza*, p. 203, Tusquets Editores, Barcelona, 1997.

**Sobre el autor:**

Nombre: Óscar del Castillo Sánchez

Correo Electrónico: oscar.delcastillo@yahoo.co.uk

Profesión: Arquitecto