

Experiencias Docentes

El buen uso de los paquetes de Cálculo Simbólico en la Enseñanza Aprendizaje del Cálculo en Ingeniería

Alicia Castellano García, Ángela Jiménez Casas, Belén Urosa Sanz

Revista de Investigación



Volumen II, Número 2, pp. 035-044, ISSN 2174-0410
Recepción: 5 Sep'12; Aceptación: 20 Sep'12

1 de octubre de 2012

Resumen

Analizamos la influencia que ejercen los paquetes de cálculo simbólico en el aprendizaje de las asignaturas de matemáticas del primer curso de Ingeniería Industrial y después de utilizar los resultados obtenidos (Castellano, Jiménez, Urosa, 2011) en la adaptación de esta disciplina a la nueva titulación de Grado del Espacio Europeo, realizamos una segunda fase donde analizamos de nuevo esta influencia así como la idoneidad de las medidas adoptadas a este respecto sobre el aprendizaje de los alumnos de Grado en el área del Cálculo Matemático.

Palabras Clave: Programas de Cálculo simbólico, Matemáticas, Ingeniería.

Abstract

We analyze the influence of computer algebra packages in the learning of mathematics courses the first year of Industrial Engineering and after using the results obtained (Castellano, Jimenez, Urosa, 2011) in the adaptation of this discipline to the new degree Grade European Space, conducted a second phase where we look back this influence and the adequacy of measures taken in this regard on the learning of students in grade in the area of mathematical calculation.

Keywords: Symbolic computation programs, Mathematics, Engineering.

1. Introducción y fundamentación

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) y la adaptación al Espacio Europeo de Educación Superior (EEES) están causando importantes cambios en los procesos de enseñanza-aprendizaje, de ahí que nos hayamos planteado analizar la influencia que ejercen los paquetes de cálculo simbólico en el aprendizaje de las matemáticas, en particular en las asignaturas de matemáticas del primer curso de Ingeniería Industrial. En una primera fase analizamos esta influencia en los alumnos que cursaban dicha titulación (Castellano, Jiménez, Urosa, 2011) y a continuación tuvimos la oportunidad de utilizar los resultados obtenidos en esta primera fase en la adaptación de esta disciplina a la nueva titulación de Grado del Espacio Europeo. Este hecho nos ha permitido pasar a la segunda fase donde analizamos de nuevo esta influencia así como las medidas adoptadas a este respecto sobre el aprendizaje de los alumnos que cursan la nueva titulación de Grado. Este trabajo pretende exponer parte de los resultados obtenidos en

esta segunda fase, en particular los relacionados con el aprendizaje de los alumnos en el área del Cálculo Matemático.

Existen una gran cantidad de trabajos referentes a esta línea de investigación, pero aún en nuestros días no se han llegado a conclusiones claras sobre el efecto que produce la incorporación de las TIC en la enseñanza, por lo que todavía seguimos estando próximos a la afirmación que realizaban en 1998 H. Kirkpatrick y L. Cuban (1998):

En los últimos 30 años los estudios sobre el uso de ordenadores en el aula han encontrado una evidencia moderada sobre el rendimiento académico de los estudiantes que los utilizan. Otras veces una efectividad mínima. Y otras ninguna.

Analizando los estudios realizados sobre la incorporación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en los procesos educativos en diferentes ramas de la enseñanza (Blok, Oostdam, Otter, y Overmaat, 2002; Duart Montoliu & Reparaz Abaitua, 2011; Jaramillo, Castañeda & Pimienta, 2009; Kulik, 1994; Parr, 2000; Reeves, 1998) podemos afirmar que la utilización de las mismas da buenos resultados en general, aunque existen pocos estudios experimentales relativos a los efectos que produce el contacto con los ordenadores sobre el aprendizaje de los alumnos, por lo que se requiere más investigación que examine los aspectos concretos de las aplicaciones específicas de la enseñanza utilizando las TIC.

La introducción de los ordenadores en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se ha manifestado por el uso de diferentes tipos de programas, al principio se trataba de programas de carácter muy general, pero poco a poco con el vertiginoso avance informático surgieron los programas de cálculo algebraico que inicialmente sólo se podían aplicar sobre grandes equipos, más adelante con la implantación de los ordenadores personales surgieron los primeros sistemas de cálculo algebraico MAPLE, MATHEMATICA, MATLAB, DERIVE, que más tarde se han convertido en los programas de cálculo simbólico más utilizados en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Está claro que estos programas de cálculo simbólico no proporcionan por sí solos resultados en el aprendizaje de las matemáticas si antes no hemos tenido un contacto con los conceptos matemáticos con los que vamos a trabajar. Por tanto es imprescindible una buena planificación de los diferentes cursos que utilizan soporte informático para ayudar a esclarecer los conceptos matemáticos expuestos en las clases de las asignaturas obligatorias de matemáticas.

El Dr. Monge (2005) nos dice que:

La introducción física de las nuevas tecnologías no genera automáticamente cambios en los procesos de funcionamiento de las organizaciones, así como tampoco genera cambios en el aprendizaje de las matemáticas cuando no hay una buena planificación docente.

Revisando los estudios realizados sobre la incorporación de las TIC en los procesos educativos en el área de las matemáticas, donde algunos autores han analizado la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas creando su propio software como Murillo Ramón (2001), Pizarro (2009) o utilizando algún soporte informático como Acelajado (2005), Gómez García (2003), Ortega Pulido (2002), Rodríguez y Hoyos (2010), podemos afirmar de nuevo que la utilización de las mismas da buenos resultados en general, permiten al alumno trabajar de forma autónoma e independiente, concluyendo que se potencia la iniciativa personal, el alumno adquiere actitudes, intereses, valores y hábitos formativos que le facilitan los mecanismos precisos para regirse a sí mismo y para aprender a aprender; no obstante casi todos los autores sostienen que debe haber una buena planificación docente que nos sirva para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos, quedando abierto el problema de concretar qué tipos de problemas y en qué momento de la programación didáctica resulta idóneo para obtener beneficios positivos en el aprendizaje.

Para abordar este tema realizamos una investigación en varias fases, como hemos comentado brevemente al principio. En la primera fase de este estudio (Castellano, Jiménez, Urosa, 2011) trabajamos con los alumnos del primer curso de Ingeniería Industrial de la Universidad Pontificia de Comillas donde analizamos:

- En primer lugar la influencia que ejercía el programa de cálculo simbólico “Derive” en la comprensión de conceptos básicos matemáticos en la asignatura obligatoria de Cálculo del primer curso de Ingeniería Industrial.

Para ello comparábamos la adquisición de conceptos contenidos en esta asignatura entre los alumnos del año 2007-08 que cursaron asignaturas de libre elección, “Las matemáticas desde el punto de vista experimental” (D1) y “Modelado de problemas matemáticos con Derive” (D2), que utilizaban “Derive” como paquete de cálculo simbólico y los alumnos del mismo año que no las cursaron.

Como conclusión llegamos a que el uso de paquetes de cálculo simbólico ayuda a los alumnos a comprender mejor algunos conceptos expuestos en la asignatura de Cálculo, ya que se obtuvieron diferencias estadísticamente significativas en la adquisición de los mismos por parte de los alumnos que utilizaron soporte informático. A la vista de los resultados obtenidos, recogimos varias recomendaciones, entre las que estaban no sólo que conceptos se deberían tratar con estos paquetes sino además que metodología era la más adecuada para obtener mejoras significativas en el aprendizaje.

Consideramos que estos programas se deberían integrar en las asignaturas de Cálculo mediante prácticas adecuadas, diseñadas a partir de problemas que tengan en cuenta los conceptos que involucran cuyo aprendizaje necesita y puede ser reforzado.

- Para saber algo más sobre el tipo idóneo de problemas que debemos proponer en las prácticas, analizamos en segundo lugar las diferentes metodologías empleadas en las dos asignaturas de libre elección que utilizaban paquetes de cálculo simbólico.

Cabe destacar que la materia impartida en la asignatura D2 “Modelado de problemas matemáticos con Derive” consta básicamente de planteamientos y resolución de problemas relacionados con aplicaciones en la Ingeniería, mientras la asignatura D1 “Las matemáticas desde el punto de vista experimental” propone problemas integrados con los programas de las asignaturas de Cálculo y Álgebra del primer curso de Ingeniería Industrial.

En este caso realizamos diferentes experimentos donde comparábamos la adquisición de conceptos entre los alumnos que habían cursado D1 y los que habían cursado D2 llegando a la conclusión de que la metodología seguida en la asignatura D1 favorecía más el aprendizaje de conceptos básicos de Cálculo que la asignatura D2 ya que los problemas propuestos en D1 contribuían a comprender mejor conceptos que tienen en común la propiedad de poderse visualizar mejor utilizando expresiones analíticas para las representaciones gráficas en el ordenador además de advertir una mejor preparación para asimilar en un futuro conceptos matemáticos que tienen una mayor abstracción.

Con el fin de completar el estudio llevado a cabo en la asignatura de Cálculo del primer curso de Ingeniería Industrial y sabiendo que la utilización de los programas de cálculo simbólico da buenos resultados, iniciamos una segunda fase poniendo en marcha las recomendaciones propuestas en el estudio anterior. En esta nueva fase analizaremos la adquisición de conceptos básicos en la asignatura de Cálculo por parte de los nuevos alumnos de Grado en Ingeniería Electromecánica (2010-11) que tienen integrados los programas de cálculo simbólico en dicha asignatura, para valorar y mejorar las recomendaciones propuestas.

Para ello compararemos la adquisición de conceptos básicos de Cálculo entre los alumnos del primer curso de Ingeniería Industrial del año 2007-08 que tuvieron algún contacto con los programas de cálculo simbólico cursando alguna de las asignaturas de libre elección D1 y D2

y los nuevos alumnos de Grado en Ingeniería Electromecánica del año 2010-11 que tenían integrado los programas de cálculo simbólico en dicha asignatura.

2. Métodos

2.1. Muestra

En nuestra investigación participaron los alumnos del primer curso de Ingeniería Industrial del año académico 2007-08 y los alumnos del primer curso de Grado en Ingeniería Electromecánica del año 2010-11 de la Universidad Pontificia Comillas de Madrid.

Durante el curso académico 2007-08, los alumnos de primer curso de Ingeniería Industrial tuvieron que cursar obligatoriamente la asignatura de Cálculo, además de elegir algunas de las asignaturas de libre elección que ofrecía la universidad. De estas asignaturas nos interesaban dos, que eran las asignaturas que utilizan Derive como programa de cálculo simbólico, “Las Matemáticas desde el punto de vista experimental” (D1) impartida durante el primer cuatrimestre y “Modelado de problemas matemáticos con Derive” (D2) impartida durante el segundo cuatrimestre.

Tras algunas bajas, el número de participantes en el año 2007-08 fue de 201. De ellos 54 eligieron la asignatura D1, 65 eligieron D2 y 21 alumnos eligieron las dos.

Durante el curso 2010-11 se efectuó un cambio en los planes de estudio en la Universidad Pontificia Comillas de Madrid para adaptarse al Espacio Europeo de Educación Superior por lo que aparece una nueva titulación Grado en Ingeniería Electromecánica. En esta nueva etapa los contenidos de la asignatura anual de Cálculo se fragmentan en dos, que se corresponden con las asignaturas Cálculo I (análisis matemático en una variable) impartida durante el primer cuatrimestre y Cálculo II (análisis matemático en varias variables) impartida durante el segundo cuatrimestre, desaparecían las asignaturas de libre elección y tal y como sugirieron los estudios realizados en el trabajo anterior (Castellano, Jiménez, Urosa, 2011) para obtener mejoras en el aprendizaje de dichas asignaturas se incluían los programas de cálculo simbólico en las asignaturas de matemáticas mediante unas prácticas realizadas en el taller de matemáticas. El número de alumnos que cursaron por primera vez las asignaturas de Cálculo I y Cálculo II del Grado en Ingeniería Electromecánica fue de 202.

2.2. Diseño del estudio

Como hemos dicho anteriormente, en esta nueva fase analizaremos la incorporación de las TIC, representadas por la utilización de programas de cálculo simbólico, en el diseño y puesta en marcha de las asignaturas de Cálculo de las nuevas titulaciones de Grado adaptadas al Espacio Europeo de Educación Superior.

Para ello, en este trabajo, analizamos la adquisición de conceptos básicos en la asignatura de Cálculo por parte de los nuevos alumnos de Grado en Ingeniería Electromecánica (2010-11), que tienen integrados los programas de cálculo simbólico en dicha asignatura mediante unas prácticas realizadas en el taller de matemáticas, y lo comparamos con la adquisición de esos mismos conceptos por parte de los alumnos del curso 2007-08 que tuvieron algún contacto con las asignaturas que utilizaban soporte informático D1 y D2 (CT).

El análisis de la adquisición de conceptos se lleva a cabo estudiando las respuestas a los problemas propuestos en los exámenes realizados en distintos años.

2.3. Variables e instrumentos de medida. Análisis estadístico

Como variables independientes tomamos como grupo de control a los alumnos que han realizado el primer curso de Ingeniería Industrial en el año 2007-08 y que han tenido contacto con los programas de cálculo simbólico denotados por (CT) y como grupo experimental a los alumnos que han realizado el primer curso de Grado en Ingeniería Electromecánica y que tienen integrados los programas de cálculo simbólico en las asignaturas de matemáticas y que denotaremos por (B).

Como variables dependientes tomamos los conceptos que coinciden en los problemas de los exámenes realizados durante el curso 2007-08 y 2010-11 y que los alumnos han debido ir adquiriendo a lo largo del primer curso de Ingeniería en las asignaturas obligatorias de Cálculo.

Tabla 1. Listado de conceptos para analizar

LISTADO CONCEPTOS QUE COINCIDEN EN EL PRIMER EXAMEN(Noviembre)	
BCN1	Módulo y argumento de un número complejo
BCN3	Concepto de funciones elementales
BCN5	Interpretación del teorema de Rolle
BCN7	Interpretación del teorema del valor medio de Lagrange
BCN8	Concepto de infinitésimo
BCN10	Concepto de derivabilidad
LISTADO CONCEPTOS QUE COINCIDEN EN EL SEGUNDO EXAMEN(Febrero)	
BCF1	Concepto de continuidad en una variable
BCF3	Interpretación del teorema de Rolle
BCF4	Concepto de infinitésimo
BCF6	Aplicaciones de la derivada
BCF7	Concepto de función par
BCF9	Concepto de integral impropia
BCF10	Cálculo de límites de sucesiones
LISTADO CONCEPTOS QUE COINCIDEN EN EL TERCER EXAMEN(Abril)	
BCA1	Concepto de continuidad en varias variables
BCA2	Concepto de diferenciabilidad
BCA4	Teorema de diferenciabilidad
BCA6	Concepto de derivación de una función compuesta
BCA7	Concepto de derivada direccional máxima
LISTADO CONCEPTOS QUE COINCIDEN EN EL CUARTO EXAMEN(Junio)	
BCJ1	Concepto de continuidad en varias variables
BCJ2	Concepto de derivadas parciales
BCJ3	Concepto de diferenciabilidad
BCJ6	Concepto de derivación de una función compuesta
BCJ9	Interpretación del teorema de Green

En este estudio han podido influir otras variables extrañas como los distintos profesores en una misma asignatura, los diferentes niveles de aprendizaje de los alumnos, el horario en cada una de las clases, el ambiente en cada una de ellas, etc. No obstante, se ha intentado controlar el efecto de las mismas tomando medidas entre las que cabe destacar, una perfecta coordinación entre los distintos grupos y profesores. Esta coordinación está basada en una programación exhaustiva, un material y metodología comunes que culmina en que los exámenes involucrados en este estudio sean comunes a todos los grupos, se realicen a la misma hora y la corrección de los mismos se lleve a cabo de forma conjunta por el equipo de profesores.

El tratamiento de datos se ha realizado utilizando el programa de análisis estadístico SPSS versión 15.0., por medio del cual calculamos medias de los grupos de control (MCT), y de los

grupos experimentales (MB), desviaciones típicas (DCT y DB), la *t* de Student (*t*), la probabilidad asociada al estadístico (*p*) y el tamaño del efecto utilizando la fórmula de Cohen (COHEN), donde estudiamos si hay diferencias estadísticamente significativas en la adquisición de conceptos entre los alumnos del año 2007-08 que tuvieron contacto con las asignaturas que utilizan soporte informático y los alumnos del año 2010-11 que tienen incluidos estos programas en las asignaturas de Cálculo.

3. Resultados y conclusiones

Analizaremos los resultados de esta investigación atendiendo a las respuestas de los alumnos en cada uno de los cuatro exámenes considerados.

Primer examen (Noviembre)

En la siguiente tabla se recogen los resultados más relevantes de este experimento, y que se refieren a 6 conceptos que aparecen involucrados a la vez en los problemas propuestos de este primer examen del año 2010-11 y en los primeros exámenes realizados durante el año 2007-08.

Tabla 2. Diferencias de medias en los Conceptos que coinciden en el primer examen

CONCEPTOS	B	CT	MB	MCT	DB	DCT	t	p	COHEN
BCN1-CN6	98	98	0,63	0,3	0,485	0,459	4,995	0	0,71
BCN3-CN9	98	98	0,49	0,22	0,502	0,419	4,013	0	0,57
BCN5-CF1	98	98	0,27	0,85	0,444	0,362	-10,055	0	-1,44
BCN7-CN10	98	98	0,29	0,22	0,454	0,419	0,981	0,328	0,14
BCN8-CN1	98	98	0,31	0,59	0,463	0,494	-4,176	0	-0,6
BCN10-CN2	98	98	0,06	0,44	0,241	0,499	-6,747	0	-0,96

Existen diferencias estadísticamente significativas en casi todos los conceptos analizados aunque estas diferencias como podemos observar a veces favorecen al grupo de control y a veces al experimental.

Para interpretar correctamente los resultados obtenidos en el análisis correspondiente al primer examen debemos tener en cuenta que desde el comienzo del curso del año 2010-11 hasta el primer examen, no se realizó ninguna práctica en el taller de matemáticas; sin embargo estos alumnos obtienen diferencias estadísticamente significativas a su favor en el conocimiento de las funciones elementales (CN9) y en el trabajo con números complejos (CN6). Este resultado, nos aporta información importante para nuestra investigación en el siguiente sentido: los alumnos del grupo de control a pesar de haber realizado una práctica dedicada exclusivamente al trabajo con los números complejos, no ofrecieron como resultado del estudio de la primera fase ninguna diferencia estadísticamente significativa en la adquisición de este concepto, lo que nos llevó a sospechar y con este resultado confirmar que no influyó para nada en el aprendizaje y por tanto no se incluyó en las prácticas realizadas en el taller. En relación con las funciones elementales tampoco teníamos diferencias significativas a pesar de haber sido trabajadas con los paquetes de cálculo simbólico (polinomios, exponenciales..) este motivo junto con el hecho de ser algo más conocido por los alumnos se decidió no incluirlo en el taller.

Sin embargo, hay diferencias estadísticamente significativas a favor de los alumnos del curso 2007-08 en los conceptos de interpretación del teorema de Rolle, concepto de infinitésimo y concepto de derivabilidad lo que en una primera lectura nos llevaría a pensar que hemos errado al eliminarlos del taller. De hecho, en la elección del taller se incluyeron dos prácticas

una de ellas dedicada a la resolución aproximada de ecuaciones y la otra dedicada al cálculo de polinomios de interpolación que involucran a todos estos conceptos para intentar subsanarlo; y como veremos en los resultados del siguiente examen que exponemos a continuación podemos afirmar que se consigue salvo la interpretación del Teorema de Rolle. Este hecho se recogerá posteriormente en el apartado de las recomendaciones de mejora.

Segundo examen (Febrero)

En la siguiente tabla se recogen los resultados más relevantes de este experimento, y que se refieren a 7 conceptos que aparecen involucrados a la vez en los problemas propuestos de este segundo examen del año 2010-11 y del segundo examen realizado durante el año 2007-08.

Tabla 3. Diferencias de medias en los Conceptos que coinciden en el segundo examen

CONCEPTOS	B	CT	MB	MCT	DB	DCT	t	p	COHEN
BCF1-CN4	98	98	0,81	0,59	0,397	0,494	3,346	0,001	0,49
BCF3-CF1	98	98	0,32	0,85	0,467	0,362	-8,886	0	-1,27
BCF4-CN1	98	98	0,76	0,59	0,432	0,494	2,462	0,015	0,37
BCF6-CN2	98	98	0,59	0,44	0,494	0,499	2,158	0,032	0,3
BCF7-CN7	98	98	0,78	0,32	0,419	0,467	7,238	0	1,04
BCF9-CF4	98	98	0,65	0,57	0,478	0,497	1,171	0,243	0,16
BCF10-CF7	98	98	0,24	0,37	0,478	0,485	-1,867	0,063	-0,27

De estos conceptos hay 4 de ellos, concepto de continuidad en una variable, concepto de infinitésimo, aplicaciones de la derivada y concepto de función par, que tienen diferencias estadísticamente significativas a favor de los alumnos del año 2010-11 frente a 1 concepto interpretación del teorema de Rolle que tiene diferencia estadísticamente significativa a favor de los alumnos del año 2007-08.

Como hemos comentado durante el periodo correspondiente entre el primer y segundo examen del curso 2010-11 se realizaron dos prácticas en el taller de matemáticas, la primera dedicada a la resolución aproximada de ecuaciones y la segunda dedicada al cálculo de polinomios de interpolación. No son temas que aparezcan específicamente, de forma explícita, en el temario de la asignatura de Cálculo I, pero si implícitamente ya que involucran conceptos básicos de dicha asignatura. Además constituyen temas de gran interés para un futuro ingeniero, ya que por una parte ofrecen el conocimiento de las diversas técnicas que utiliza el Cálculo Numérico, junto con el manejo del ordenador, para modelar y resolver casos reales; y por otra parte consiguen que el alumno esté capacitado para transferir el conocimiento de la matemática a otras áreas y con ello favorecer las competencias profesionales y laborales. Por esta razón fue seleccionada para formar parte del taller de matemáticas.

Por tanto concluimos en la buena elección y diseño de las estas prácticas realizadas en el taller con la excepción, al igual que en los resultados del primer examen, de la interpretación del Teorema de Rolle lo que nos reafirma de nuevo en la necesidad de incluir en el taller una práctica más específica sobre la interpretación del Teorema de Rolle en la línea de la llevada a cabo en el año anterior por el grupo de control en D1.

Tercer examen (Abril) y cuarto examen (Junio)

Es importante, tener en cuenta que durante el segundo cuatrimestre (desde el segundo examen al cuarto examen) se imparten los contenidos correspondientes al cálculo en varias variables, materia que no se ha tratado explícitamente en las asignaturas que utilizan soporte informático (D1 y D2) del año anterior.

Durante este periodo realizaron dos prácticas en el taller de matemáticas, la primera dedicada al cálculo diferencial en varias variables y la segunda dedicada al cálculo integral. En esta ocasión los temas de las prácticas estaban relacionados de forma explícita con los contenidos de la asignatura de Cálculo, (siguiendo la metodología seguida en D1 del año anterior), y teniendo en cuenta que no se habían tratado explícitamente en el grupo de control, pensábamos que al realizar dichas prácticas, visualizando así los conceptos expuestos en las clases de cálculo, apreciaríamos una mejoría en la adquisición de los mismos. Para nuestra sorpresa, sólo aparecen diferencias estadísticamente significativas en la adquisición de los conceptos referentes a la diferenciabilidad, uno de ellos en el tercer examen como se puede ver en la Tabla 4 y dos en el cuarto examen como se puede observar en la Tabla 5.

Creemos que esto puede ser debido o bien a un diseño no del todo acertado de las prácticas, o a no haber fomentado una participación más activa del alumno, que le ayude a afianzar la comprensión de dichos conceptos.

En la siguiente tabla se recogen los resultados de este experimento referidos a 5 conceptos que aparecen involucrados a la vez en los problemas propuestos de este tercer examen del año 2010-11 y del tercer examen realizado durante el año 2007-08.

Tabla 4. Diferencias de medias en los Conceptos que coinciden en el tercer examen

CONCEPTOS	B	CT	MB	MCT	DB	DCT	t	p	COHEN
BCA1-CA2	98	98	0,39	0,53	0,49	0,502	-1,943	0,053	-0,2
BCA2-CA5	98	98	0,14	0,27	0,352	0,444	-2,141	0,034	-0,21
BCA4-CA5	98	98	0,71	0,27	0,454	0,444	7	0	0,66
BCA6-CA9	98	98	0,57	0,44	0,497	0,499	1,864	0,064	0,18
BCA7-CA8	98	98	0,43	0,48	0,497	0,502	-0,715	0,476	-0,07

De estos conceptos hay uno de ellos, teoremas de diferenciabilidad, que tiene diferencias estadísticamente significativas a favor de los alumnos del año 2010-11 y otro, interpretación de la diferenciabilidad, que tiene diferencia estadísticamente significativa a favor de los alumnos del año 2007-08.

En la siguiente tabla se recogen los resultados de este experimento referidos a 5 conceptos que aparecen involucrados a la vez en los problemas propuestos de este cuarto examen del año 2010-11 y del cuarto examen realizado durante el año 2007-08.

Tabla 5. Diferencias de medias en los Conceptos que coinciden en el cuarto examen

CONCEPTOS	B	CT	MB	MCT	DB	DCT	t	p	COHEN
BCJ1-CA2	98	98	0,64	0,52	0,482	0,502	1,742	0,083	0,17
BCJ2-CA4	98	98	0,58	0,58	0,496	0,496	0	1	0
BCJ3-CA5	98	98	0,41	0,27	0,494	0,444	2,13	0,034	0,2
BCJ6-CA9	98	98	0,58	0,44	0,496	0,499	2,011	0,046	0,2
BCJ9-CJ2	98	98	0,39	0,69	0,49	0,463	-4,495	0	-0,43

De estos conceptos hay 2 de ellos, concepto de derivación de una función compuesta y concepto de diferenciabilidad, que tiene diferencias estadísticamente significativas a favor de los alumnos del año 2010-11 y un concepto, interpretación del teorema de Green, que tiene diferencia estadísticamente significativa a favor de los alumnos del año 2007-08.

El hecho de que aparezcan ventajas a favor del grupo de control en dos de los conceptos de estos dos exámenes a pesar de no haberse trabajado en las asignaturas que utilizaban soporte informático creemos que se debe a que estos dos conceptos (interpretación de la diferenciabilidad y del teorema de Green) están basados a su vez en conceptos del cálculo en una variable que si se han trabajado con más intensidad en el grupo de control con D1 y D2.

4. Recomendaciones

Como consecuencia de los resultados obtenidos en este estudio creemos que sería aconsejable:

1. Añadir una práctica de la interpretación del Teorema de Rolle (tal y como se hizo en el año anterior por el grupo de control en la asignatura D1), junto con las prácticas realizadas en el taller y mencionadas en el estudio, a saber: resolución aproximada de ecuaciones, cálculo de polinomios de interpolación, cálculo diferencial en varias variables y cálculo integral.
2. Realizar prácticas que contengan problemas que se tengan que resolver con los programas de cálculo simbólico, que involucren varios conceptos a la vez de dichas asignaturas, con un enunciado más cercano al mundo real y a su ámbito profesional (siguiendo la metodología de D2), especialmente para reforzar los conceptos tratados en el cálculo en varias variables. De esta forma a la vez que se motiva al alumno se le ayuda a adquirir las competencias que debe alcanzar un ingeniero.
3. Revisar la metodología seguida en las prácticas para fomentar la participación activa del alumno, incluyendo una prueba individual sobre las mismas, especialmente en el cálculo de varias variables.

Referencias

- [1] ACELAJADO, M. J. *Use of graphing calculators in college algebra: Cognitive and non-cognitive gains of mathematics students*. Recuperado de <http://www.math.ecnu.edu.cn/earcome3>, 2003.
- [2] AREA, M. *Tecnología de la información y comunicación en el sistema escolar. Una revisión de las líneas de investigación*. *Relieve. Revista electrónica de investigación y evaluación educativa*, 11 (1), 3-25, 2005.
- [3] BLOK, H., OOSTDAM, R., OTTER, M. y OVERMAAT, M. *Computer-assisted instruction in support of beginning reading instruction: A review*. *Review of Educational Research*, 72(1), 101-130, 2002.
- [4] CABERO, J. y DUARTE, A. *Educación de medios y materiales de enseñanza en soporte multimedia*. *Revista de medios y Educación* (13), 23-45, 1999.
- [5] CASTELLANO, A., JIMÉNEZ, A., y UROSA, B. *Errores conceptuales en el aprendizaje de las matemáticas con o sin derive*. *Revista de medios y educación, pixelbit*, preprint, 2011.
- [6] DUART MONTOLIU, J. y REPARAZ ABAITUA, C. *Las tecnologías de la información y de la comunicación (TIC) y los nuevos contextos de aprendizaje*. *Estudios sobre educación* (20), 2011.
- [7] EDUCATIVA, C. N. *de la Task Force Logiciels Educatifs et Multimedia*. 1996
- [8] GÓMEZ GARCÍA, M. *Estudio teórico, desarrollo, implementación y evolución de un entorno de enseñanza colaborativa con soporte informático (CSCL) para matemáticas*. (Tesis doctoral). Recuperada de <http://eprints.ucm.es/tesis/edu/ucm-t26874.pdf>, 2003
- [9] JARAMILLO, P., CASTAÑEDA, P. y PIMIENTA, M. *Qué hacer con la tecnología en el aula: inventario de usos de las TIC para aprender y enseñar*. *Educación y Educadores*, 12(2), 159-179, 2009.

- [10] KIRKPATRICK, H. y CUBAN, L. *Computers Make Kids Smarter—Right?*. *Technos Quarterly* Vol. 7 No. 2. Consultado el 18 de septiembre de 2009 en http://www.technos.net/tq_07/2cuban.htm, 1998.
- [11] KULIK, J. *Meta-analytic studies of findings on computer-based instruction*. In Baker, E. L. and O'Neil, H. F. Jr. (Eds.), *Technology assessment in education and training*. (pp. 9-33) Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1994.
- [12] MONGE, S. *La escuela vasca ante el cambio tecnológico. Tecnologías de la información y la comunicación en la enseñanza*. (Tesis doctoral). Recuperada de <http://www.sergiomonge.com/doc/tesos-doctoral-sergio-monge.pdf>, 2005.
- [13] MURILLO RAMÓN, J. *Un entorno interactivo de aprendizaje con Cabri-actividades, aplicado a la enseñanza de la geometría en la ESO*. (Tesis doctoral). Recuperada de http://www.tesisexarxa.net/TESIS_UAB/AVAILABLE/TDX-0710101-030847/jmr, 2001.
- [14] ORTEGA PULIDO, P. *Una estrategia didáctica para la enseñanza del Álgebra Lineal con el uso del sistema de cálculo algebraico derive*. *Complutense de Educación*, 13 (2), 645-678, 2002.
- [15] PARR, J. *A review of the literature on computer-assisted learning, particularly integrated learning systems, and outcomes with respect to literacy and numeracy*. Wellington, New Zealand: Ministry of Education. Recuperado de www.minedu.govt.nz/web/document/document_page.cfm?id=5499, 2000.
- [16] PIZARRO, R. A. *Las Tics en la enseñanza de las matemáticas. Aplicación al caso de Métodos numéricos*. (Tesis doctoral). Recuperada de http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4152/Documento_completo.pdf?sequence=1, 2009.
- [17] PÓLYA, G. *How to solve it*. Princeton, NJ: University Press, 1945.
- [18] REEVES, T.C. *The impact of media and technology in schools: A research report prepared for The Bertelsmann Foundation*. Recuperado de http://www.athensacademy.org/instruct/media_tech/reeves0.html, 1998.
- [19] RODRÍGUEZ, G. y HOYOS, V. *Funcionalidad de juegos de estrategia virtuales y del software Cabri-Géomètre II en el aprendizaje de la simetría en secundaria*. *PNA*, 4(4), 161-172, 2010.
- [20] UNESCO. *Informe mundial sobre educación: los docentes y la enseñanza en un mundo en mutación*. Santillana. Madrid, 1998.

Sobre las autoras:

Nombre: Alicia Castellano García

Correo electrónico: acastellano@upcomillas.es

Institución: Universidad Pontificia Comillas de Madrid, España.

Nombre: Ángela Jiménez Casas

Correo electrónico: ajimenez@upcomillas.es

Institución: Universidad Pontificia Comillas de Madrid, España.

Nombre: Belén Urosa Sanz

Correo electrónico: burosa@chs.upcomillas.es

Institución: Universidad Pontificia Comillas de Madrid, España.